

지적인 테니스 경기: 톰슨 대 베나세라프

최 훈
(서울대학교 철학과)

요약 제논이 내세운 역설에서 시작한 톰슨과 베나세라프의 초능력 작업 논의는 이제 그 논의 자체가 독립된 논의가 된 듯하다. 이 글에서는 그 초능력 작업이 톰슨이 말한 대로 불가능한가를 논의한다. 그래서 이 논의가 해결되기 위해서는 열린 문제 하나가 해결되어야 함을 지적한다. 따라서 이 논의가 제논의 역설을 충실히 반영하고 있는가 하는 점은 관심 밖이다.

주제어 제논의 역설, 초능력 작업, 무한

어떤 철학 이론이 얼마나 좋은 이론인가를 알려면 그 이론이 퍼즐들을 얼마나 잘 푸느냐는 능력을 보면 된다. 철학에 대해서 궁리를 할 때는 되도록 많은 퍼즐들을 따져 보는 게 좋다. 물리 과학에서 실험이 하는 구실이 바로 그렇게 퍼즐들을 풀려고 하는 것이다.(러셀, “On Denoting”, 본디글에서는 ‘철학 이론’이 아니라 ‘논리학 이론’임)

먼 옛날 제논이 만들어 준 테니스 경기장에서 새 경기가 열렸다. 간혹 경기가 열리곤 했으나 이 경기만큼 팬들의 시선을 끌지는 못했다. 관중들은 코트의 주인인 제논에 대해서는 별 관심이 없고 경기 자체에 빠져든다.

경기는 베나세라프(Paul Benaceraff)의 서비스로 시작된다.¹⁾ 왜 유한한 시간에 무한한 수의 일을 끝마치는

1) 물론 톰슨과 베라세라프의 논의는 톰슨에서 시작된 것이다. 그러나 이 글에서 그이들은 서로의 진영을 대표하는 선수일 뿐이다. 곧 이

(complete) 것이 불가능해야만 하는가?2) 그런 일을 ‘초능력 작업’(super-task)이라고 하자. 선심 러셀(Bertrand Russell)은 베나세라프한테 유리한 판정을 한다. 러셀에 따르면 우리는 어떤 일을 하는 데 점점 더 능숙해져서 점점 더 빨리 하는 사람을 생각해 볼 수 있다. 그 사람이 어떤 주어진 일을 하는 데 처음에는 일 분이 걸리고, 그 다음에는 1/2분이 걸리고,... 그래서 그 사람이 일을 연속적으로 한다면 이 분 안에 무한히 많은 일을 끝마칠 수 있다. 러셀은 이 일이 “의학적으로는 불가능”하지만 “논리적으로는 가능하다”고 한다. 만약 러셀이 옳다면 유한한 시간에 무한한 수의 일을 끝마치는 것이 가능하다.3) 서비스 포인트. 전세를 가다듬지도 못한 톰슨은 허를 찔렸다. 15-0

톰슨(J. Thomson)의 반격은 드새다. 그이는 다음과 같은 사유실험을 해 본다. 톰슨은 우리에게 유한한 시간에 무한번 켜졌다, 꺼졌다 할 수 있는 전등을 상상해 보라고 한다.

경기를 연출하는 사람은 나다. 따라서 이 글에서 톰슨과 베나세라프로 대표해서 하는 말은 인용을 표시한 곳 외에는 그들이 할 수 있으리라 생각하는 말들이다

2) 이 물음은 다음 논변에서 전제 (2)에 대한 의심이다.

전제 (1): Z에서 Z*까지 가기 위해서는 무한한 수의 여행을 끝마쳐야 한다. 곧 Z에서 Z와 Z*의 중간점(Z₁)까지, Z₁에서 Z₁과 Z*의 중간점(Z₂)까지,...

전제 (2): 어느 누구나 무한한 수의 여행을 하는 것은 논리적으로 불가능하다.

결론: 어느 누구나 Z에서 Z*까지 가는 것은 논리적으로 불가능하다.

(J. F. Thomson. 1970. "Tasks and Super-tasks." In W. Salmon ed. *Zeno's Paradoxes*. Indianapolis & New York: The Bobbs-Merrill Company: 89쪽을 참조하라.)

3) 곧 주 2에서 말한 전제 (2)를 부정해야 한다.

앞으로 이 전등을 “톰슨의 전등”이라고 하자. 잠시나마 이런 무한 번의 일을 유한한 시간 안에 한다는 게 물리적으로 불가능하다고 생각할지도 모르겠다. 톰슨을 따라 그것이 논리적으로 가능한가 따져보자. 우리는 톰슨의 전등이 처음에는 꺼진 상태로 있다가 그 다음에는 켜지고 다음에는 다시 꺼지고,... 하는 식으로 생각할 수 있다. 그 전등을 영 초에 켜고 일 분 후에 끄고 다시 삼십 초 후에 켜고 그 다음 십오 초 후에 끄고,... 그래서 우리는 이 분 후에 스위치를 켜다 켜다 하는 무한 번의 작업을 끝마칠 수 있다고 생각할 수 있다. 그러나 톰슨은 이렇게 묻는다.

이 분 후에 전등은 켜져 있을까 꺼져 있을까?... 켜져 있을 수 없다. 왜냐하면 나는 전등을 즉시 끄지 않고서는 끝 수 없으니까. 또 꺼져 있을 수도 없다. 왜냐하면 나는 처음에 전등을 켜고 따라서 켜지 않고서는 끝 수 없으니까⁴⁾.

모순이 생긴다. 톰슨은 이상의 논변에서 초능력 작업을 수행하는 것이 원리상 불가능하다는 것을 증명한 것이다.

톰슨의 공격을 느린 그림으로 다시 보자. 그의 논변이 보여 준 것은 톰슨의 전등이 유한한 시간에 스위치를 끄고 켜고 하는 무한한 연속(series)을 끝낼 수 없다는 것이다. 이 분 후에(T^*) 전등이 켜져 있다고 해 보자. 그러면 이 분 바로 직전에(T^*-1) 꺼져 있어야 하는데 T^* 와 T^*-1 의 간격이 아무리 짧더라도 그 가운데에 켜지던가 꺼지는 순간이 있게 된다. 그러면 T^* 와 T^*-1 은 바로 이어져 있는 시간이 아니다. 이런 일이 안 일어나기 위해서는 동시에 켜고 끌 수밖에 없다. 반대로 이 분 후에 전등이 켜져 있다

4) Thomson, 95쪽.

고 해도 마찬가지이다. 이 논변은 귀류법의 형태이다. 그런 연속을 완성할 수 있다고 가정하자. 그런데 그런 가정은 불합리한 결과를 낳는다. 곧 톱슨의 전등이 연속적인 작업이 끝났을 때 켜져 있지도 꺼져 있지도 않았다. 톱슨의 득점. 15-15.

이 논변은 타당한가? 베나세라프에 따르면 이 결론은 받아들일 수 없다. 그 논변은 타당하지 않다. 무한 연속이 끝나며진다는 가정이 톱슨의 전등이 켜져 있지도 꺼져 있지도 않다는 불합리한 결과를 낳는 것은 아니다. 이 가정에서는 스위치를 무한 번 켜고 끄는 무한 연속 다음의 전등의 상태에 대해 아무 것도 따라 나오지 않는 것이다⁵⁾.

베나세라프의 역공도 느린 그림으로 보자. T_1, T_2, \dots 의 순간들의 연속이 스위치를 켜고 끄는 작업에 해당한다고 해 보자. T_1 에는 스위치를 켜고 T_2 에는 스위치를 끄고, ... 이 연속이 완전히 끝난 다음의 첫 순간을 T^* 라고 하자. 앞의 톱슨이 정한 규정대로 하면 T_1, T_2, \dots 의 연속('T-연속'이라고 하자)은 점점 그 간격이 앞 간격의 절반으로 줄어든다. 그리고 그 T-연속의 임의의 순간에 전등이 켜져 있으면 T-연속의 다음 순간에는 꺼져 있는 순간이 따라 나오고 꺼져 있는 순간이 있으면 그 다음 순간은 켜져 있는 순간이다. 그러나 이상의 규정에서 톱슨의 전등이 T^* 에 켜져 있느냐 꺼져 있느냐 하는 것에 대해서는 아무 것도 따라 나오지 않는다. T^* 는 T-연속에 속하지 않기 때문이다.

T-연속은 한쪽으로는 닫혀져 있고(영 초) 다른 한쪽으로는 열려져 있다. 이 말은 우리가 영 초에 하는 첫번째 작업

5) P. Benacerraf. "Tasks, Super-tasks, and the Modern Eleatics." In Salmon 107-8쪽.

에 대해서는 무어라 말할 수 있지만 마지막 작업에 대해서는 아무런 말도 할 수 없다는 뜻이다. 따라서 T-연속에 속하는 원소들에 대해서만 얘기하는 규정은 그 연속의 밖에 있는 T*에서 어떤 일이 벌어지고 있는가에 대해 모순은 고사하고 아무 말도 해주지 못한다.

이상의 논의에서 얻을 수 있는 결론은 톰슨이 초능력 작업은 논리적으로 불합리하다고 한 증명은 틀렸다는 것이다. 이 논의에서 우리가 볼 수 있는 베나세라프의 전술은 다음 두 가지를 전제하는 것이다.

- (1) 전등은 T*에서 켜져 있든가 꺼져 있다.
- (2) 우리는 초능력 작업이 시작되거나 진행될 때 T*에 어떤 일이 일어날지 말할 수 없다.

그러므로 우리는 T*에서 톰슨의 전등의 상태에 대해 예측할 방법이 아무 것도 없다. 톰슨의 처지에서는 이 전제들을 부정하려고 할 것이다. 사실 전제 (1)은 톰슨도 받아들일 것이다. 문제는 전제 (2)이다. 잠시 후에 이 문제에 대해 따져보자.

베나세라프의 이 역공은 무한 연속의 작업들을 끝내는 게 논리적으로 가능하다는 것을 보여주려고 한 것은 아니다. 다만 그 가능성을 부정하는 톰슨의 논변이 실패한다는 것을 보여주려고 한 것이다. 다시 베나세라프가 앞서 간다.

그렇다면 톰슨의 전등에 대한 생각이 논리적으로 불합리하다는 다른 까닭을 보여줄 수 있다면 되지 않겠는가? 전

등의 스위치를 생각해 보자. 그 스위치는 누를 때마다 같은 거리를 움직인다고 상상해 보자. 무한 번 움직이면, 유한한 시간에 유한한 속도로 무한한 거리를 갔을 것이다.⁶⁾ 그런데 그것은 거리를 전체 시간으로 나누는 것인데, 만약 속도와 전체 시간이 유한하다면 거리도 유한해야 할 것이다. 이게 맞다면 앞에서 톰슨이 내놓은 논의가 만족스럽지 못하더라도 초능력 작업을 하는 톰슨의 전등은 논리적으로 불가능하다. 톰슨의 발리 공격이 성공했다. 30-30

그러나 베나세라프는 노련하다. 그 전등의 디자인을 고친다. 스위치가 누를 때마다 같은 거리를 움직이는 것이 아니라 1, 1/2, 1/4,... 하는 식으로 움직인다. 따라서 톰슨의 전등은 논리적으로 가능하다.⁷⁾ 40-30

앞에서 말한 톰슨의 램프와 T^* 를 다시 생각해 보자. 논의의 초점을 분명히 하기 위해 다음과 같이 문제를 날카롭게 해 보자. 이제 전등이 두 개가 있고 각 전등 앞에 스위치를 누르는 이가 한 명씩 있다고 상상해보자. 우리는 그이들한테 톰슨의 초능력 작업을 동시에 해달라고 부탁한다. 처음에 두 전등은 모두 꺼져 있는데 두 사람 모두 영 초에 스위치를 켜다. 일 분 후에 두 사람은 스위치를 끈다. 삼십 초 뒤에 전등은 모두 켜진다. 그로부터 십오 초가 지난 뒤에 두 전등은 다시 꺼진다... 우리가 만약 T^* 가 T -연속 밖

6) 이 논의에 대해 다음과 같은 지적이 가능하다. 거리가 일정한 S 라도 갈수록 시간이 짧아져 거의 0에 가까울 것이므로 무한 속도라 해야 한다($S/0 \approx \infty$).

7) R. M. Sainsbury. 1988. *Paradoxes*. Cambridge: Cambridge University Press: 16쪽 참조.

에 있다는 것을 인정한다 해도 T^* 에서 각 전등이 켜져 있는지 꺼져 있는지 둘 중의 하나라는 것은 인정할 수 있다 (전제(1)). 그러나 두 전등이 똑같은 상태에 있다고 결론을 내려야만 하는가? 두 사람이 함께 작업을 시작하고 전등이 계속해서 똑같이 켜지고 꺼졌다면 두 전등이 정확히 똑같은 상태에서 끝나리라고 기대해 볼 만도 하다. 그러나 어찌랴! 애석하게도 앞에서도 말했지만 T -연속 동안에 일어난 일은 T^* 에서 어떤 일이 일어나는가와 전혀 무관한 것을. 어떤 일이 일어나야 한다는 것에 대한 규정은 T -연속 안에 있는 시간에만 해당되므로 그 규정에서 T^* 에 대해서는 아무 것도 말해주는 바가 없다. 전등이 처음에 똑같은 상태에 있어야 한다는 사실은 T^* 와 상관이 없다. 초능력 작업이 시작하는 순간은 T -연속 안에 있는 시간에만 관련되니까. 왜 우리는 두 전등이 T^* 에서 같은 상태에 있어야만 한다고 기대해야만 하는가? 베나세라프의 강 스페싱. 이제 베나세라프의 게임이 되는 듯 하다.

그러나 톰슨의 수비도 뛰어나다. 직관에 호소한다. 무한 연속의 작업 내내 발을 맞추어 걸던 두 사람이 초능력 작업을 끝내자마자 스텝이 다르다는 것은 뭔가 만족스럽지 못한 결론이다. 논리적인 모순성은 없는 것 같아도 뭔가 경험적인 모순성은 있는 듯하다. 초능력 작업을 똑같이 수행하고 T -연속 내내 걸음을 맞추었는데 초능력 작업이 끝나자마자 보조가 깨졌다? 우습지 않은가? 듀스.

T -연속과 T^* 의 구분을 생각해 본다면 그렇게 생각할 까닭이 있다. 스위치를 누르고 있는 동안의 전등의 상태와 T^*

에서 서로 다른 상태에 있을 수도 있다. 그런 연관이 없는 상태에서는 두 램프가 T^* 에서 같은 상태에 있을 확률이나 T^* 에서 서로 다른 상태에 있을 확률이나 똑같다. T^* 가 T -연속과 독립적이라는 것을 인정한다면 함께 진행되는 두 사람의 행동이 작업 끝까지 뿐만 아니라 작업이 끝날 때도 언제나 발걸음을 맞추고 있을 것이라는 그럴 듯 해보이는 기대가 무너진다. 왜 애초에 그런 기대를 가졌을까? 우리가 가졌던 기대는 T^* 와 같이 한계점에서 일어날 사태가 결정되어 있으리라는 생각 때문이다. 그러나 그런 사태는 결정되어 있지 않다. 이게 문제가 되는가? 세상에는 결과를 유일하게 결정할 수 없는 상황이 얼마나 많이 있는가? 초능력 작업은 역설적이지 않다. 그래서 가능하다. 베나세라프의 어드벤처지?

그러나 톰슨은 다시 받아 친다. 초능력 작업의 결과가 불확실하긴 하다. 그러나 그 불확실은 전등 한 개의 상태에 대해서만 해당된다. 그 전등 하나의 마지막 상태가 켜져 있을지 꺼져 있을지 알 수가 없을 뿐이다. 똑같이 나아가는 두 전등이 다른 결과를 보여주리라고 생각할 것까지는 없다. 우리는 이 전등이 어떤 규칙성에 의존해서 켜지고 꺼진다는 것을 간과해서는 안 될 것 같다. 무한이 인간 지각의 한계를 뛰어넘어 있지만, 그렇다고 논리적 규칙성까지도 제 맘대로 넘을 수 있는 것은 아니다. 우리가 알 수 없는 것은 이 연속이 켜진 상태에서 끝나느냐 꺼진 상태에서 끝나느냐지 이 규칙성이 어느 순간까지 지켜질 수 있는가 하는 것은 아니다. 논리적으로 이 규칙성은 끝까지 지켜져야 한다. T^* 는 자신의 바로 앞의 것(immediate predecessor)만을 찾을 수 없

을 따름이지 불연속은 아니다. 논리적으로 T* 앞에 어떤 틈이 있으리라고는 기대할 수 없다. 다시 듀스.

이제까지의 논의를 봤을 때 초능력 작업이 역설적이지 않다는 것을 부정하고 싶다면 두 가지 선택을 하면 된다. 첫째로는 초능력 작업의 결과에 대해 우리가 갖고 있는 상식적이고 어느 정도 합리적인 기대에 도전해야 한다. 곧 전제(2)를 받아들여야 한다. 그게 아니면 논리적 모순이 끼여든 역설만이 진짜 역설이라고 주장하면 된다. 두번째 선택부터 생각해보자. 이것은 역설이 무엇이나라는 정의에 관련되어 있다. 논리적 역설만 역설로 보아야 할까?⁸⁾ 그러나 역설을 '받아들일만한 전제에서 받아들일만한 추론을 통해 도출된 결론이 받아들이기 곤란할 때'라고 말하는 이도 있다⁹⁾. 그 경우 역설은 가장 낮은 이발사 역설에서 가장 높은 단계의 거짓말장이 역설에 이르기까지 등급이 매겨지는데 우리의 지적 수준이 올라갈수록 이 등급은 변할 것이다.¹⁰⁾ 그런데 어떤 등급에 속하든 초능력 작업의 역설은 역설의 범주에 낄다.

그렇다면 첫번째 선택이 문제가 된다. 우리는 초능력 작업의 결과가 무한한 연속의 작업에 대한 규정과 독립적이라는 것을 받아들여야만 하는가? 이것을 판정해줄 수 있는 선심이 없는 한 이 문제는 열린 문제로 남을 수 밖에 없다.

이 문제가 하는 구실을 잘 알아보기 위해 다음과 같은

8) *Encyclopedia of Philosophy*(P. Edwards ed. 1967)에는 '논리적 역설' 항목만 있다.

9) Sainsbury, 1쪽.

10) 우리의 지적 수준이 올라갈수록 이 등급은 변할 것이다.

역설을 생각해 보자. 우리가 아주 큰 항아리를 가지고 있고 1, 2, 3,...의 번호가 붙은 공이 무한히 많이 있다고 해 보자. 자연수만큼 많은 수의 공이 있다. 다음과 같은 사유실험을 해 보자. 열두 시 일 분 전에 일 번 공부터 십 번 공까지 항아리에 넣고 일 번 공을 빼낸다. 열두 시 ½분 전에 십일 번 공부터 삼십 번 공까지 집어넣고 이 번 공을 빼낸다... 열두 시 정각에는 얼마나 많은 공들이 항아리에 들어 있을까?

놀랍게도 열두 시 정각에 항아리는 비어 있다. 왜 그런가 생각해 보자. 임의의 공 번호 n 과 열두 시 몇 분 전(실제로는 열두 시 $(\frac{1}{2})^{n-1}$ 분 전)을 생각해 보자. 그때 임의의 공은 항아리에서 빼내진다. 이것이 말하는 바는 각 n 에 대해 n 번 공은 열두 시 정각에 항아리 속에 없다는 것이다. 따라서 항아리는 그 시간에 텅텅 비어 있다.

이런 결과는 놀랍다. 왜냐하면 실험 도중에 공 개수는 늘어나고 있었으니까. (정확히 말하면, 각 n 에 대해 열두 시 $(\frac{1}{2})^{n-1}$ 분 전에 항아리에는 $9n$ 의 공이 들어 있다). 그런데 열두 시 정각에는 갑자기 텅텅 비어 있다니! 이것이 보통 로스(Ross)의 역설이라고 하는 것이다.

하지만 이것이 역설일 수 있기 위해서는 톰슨의 램프의 경우처럼 중요한 전제가 끼여든다. 열두 시 이전의 각 순간들에 공이 항아리 안의 특정 위치에 있고 그 공이 열두 시가 될 때까지 위치가 변하지 않는다면 그 공은 열두 시 정각에 같은 위치에 있다는 전제가 바로 그것이다. 이런 전제 아래에서 이 사유 실험은 역설의 상황이 아니다. 열두 시 이전의 무한한 연속의 행동들이나 상태는 열두 시 정각의 사태에 대해 아무것도 함축하지 않는다. '정오 전이다'라는 문장은

정오 이전에는 참이지만 열두 시 종이 울리자마자 더 이상 참인 명제가 아닌 것이다.

초능력 작업을 끝낸 결과의 상태는 과연 초능력 작업을 구성하는 작업들의 상태에 대한 규정과 독립적인가? 정각 열두 시의 상태는 그 이전의 순간들의 상태와 독립적인가? 이 문제에 대한 선심의 판결이 나와 우리의 경기를 끝낼 수 있다. 그렇지 않고서는 랠리만 계속될 뿐이다.