

가 . 가 가 ,
가 .

1. 가?

가?” , “ n ” “n
”

”(Zahlaussage)

.(Gl, 46) , “ 3 ”
“ 3 ”

” “
” “
” “

“1 ” , 1
“2 ” .(Gl, 53) 1
” 2

2 1 “1 ”
” “2 ”

가? 가
” 가 가 “...가 ”
2 가 “ ”

“ 9 ” , 가

9 “9” “...가 9 ”
가 .
’ “ ” “9”가 “ ”
. 가? “9=7+2”
“9” 가? 가?
가 , 가 가
, : , ,
가 2
, “ 0 ” “ ” 가
“0” 0 “...가 0 ” 가
0 , 0 가 가
. “ 1 ” “1”
1 “...가 1 ” 가 1
, 1 가 .
가 0
“0 ” “ ” 2 , 1 “1”
” “ ” 2 .
: < , , 2 , . . . , n , . . . > .
. 가
가 가
V 가 ,
4) 가 ,

가 .5) ,
가

가 . , 가

.6)

가 , ?

가

가 가 ,

.7)

2.

『 』

4) 가 1 2 , 1 (1999), 56-64 .
5) Hodes(1984) .

6) 가 . Dummett(1991),
301-305 .

7) 가 (1999), 45-53 .

가 가 가
 가 가 가
 가 .

『 』 55 가 0, 1, 2, . . .

“F 0 ” “a가 a F
 ” , 1 “F 1 ”
 “ F , a b ,
 a가 F , b가 F , a b가 ”

가
 : , “F (n+1) ” “ a가
 F , F a가 n ”
 .(Gl, 55)

가 “ n ” 2 “ nX
 x” , :

- ${}_0x Fx \text{ df } x \rightarrow Fx$
- ${}_1x Fx \text{ df } xFx \& x y(Fx \& Fy \ x=y)$
- ${}_{n+1}x Fx \text{ df } x[Fx \& {}_n y(Fy \& x y)]$

“0”, “1”가 2

, 가 2

가 - “G 2 ”

:

$$\begin{aligned} & \exists x Gx \quad \exists x [Gx \& \exists y (Gy \& x \neq y)] \\ & \exists x \{ Gx \& \exists y (Gy \& x \neq y) \& \exists z \exists w [(Gz \& x \neq z) \& (Gw \& x \neq w) \& z=w] \} \end{aligned}$$

“G 3”, “G 4”

가
가

“0”, “1”

가
“F n”
“F m n”
“F가 가”

“

가 (3)

가
“G n”
“G (n)”
“(Gl, 56)”
“0”, “1”, “2”, ... 가

가

“F 1”
“...가 1”

가

.8)

“0”, “1”

8) 가 가 “ 가

가 56
101- 102.

가 55

: Dummett(1990),

가 , 가 가

가 9) , G , “

G 가?”

G

가 , “G m ” “G

n ” , G 가 “G

가 가 ” “G

가 가 , F가 가 , “

F가 가 = m” “ F가 가 = n”

“m=n” , 가

“

n ” 2 가 ,

1 G가 가 2

가?

가 ,

가

가

“G 2 ” “n”

“1” “n” “0”

“1” “n”

() , “0” “1” 가
 “n” , “n”
 가 “ 1 ” “1”
 가 1 , “ 1 ”
 “0”, “1” 가 가
 F “F 0 ”, “F 1 ”
 가 가 가
 “n” , “G 1 ”
 “G ” 1 “1”
 , 가 가
 “n”
 “G n ” 가
 “n” “0”, “1”
 “ 0 ”, “ 1 ”
 가 가
 가 56 가
 , 가
 가
 .10) 가

10) 가 가

『 (1903) 가 가

:

... 가 가 가 가
가 가 가 가
“2” 가
“2”
(Gg , 255)

가
가
“G 2 ” 가
2 ” “G” “
가 가
“ 2 ” 가
“2” 가
,11) 가 :

, 『 』 56 『 』 82-83
56
Heck(1997), 294- 298

『 』 가 가 가 가 가 가
11) 가 가
“2” 가
가 가 가 가
가 가 가 가
“ 2 ” 가
?

.(Gg , 255)

“G 2 ” “2”

“G ” 1 “2” 가
가

가 가 가
가 가

가

『 』 『 (1919)

1 2

, 2

:

, 2 가 2 가

2 .(Ns, 277)

가 2 < , , ,... >

가 『 』

:

, 가 , 가

가 가? 가 가? 가? (Ns,) 2

3. 가 :

가
 가 가 가
 가 가 가
 가 가

가 가 ()

3.1. 12)

2 , ,
 가 2 2
 가 a b가

12)

Dummett(1991), 9 11

F a가 F , b F
 , G , a가 F
 , F G F G가
 . , " "

2
 . , 1 F 2
 2 , 2
 가 . 2
 :

* df F(F) (F))

" " " 가 2
 , 가 2
 가 . 2
 가 2 .
 가 2 2
 . 2
 :

3 . .
 4 . 3 .

2 2 가 "
 가?" 2 2
 . , " 2 2
 가?" " 가?" 2
 . , 가 2 .

, 가 2
 ,
 , “ ” “ ”
 , “ ” 1 “ ” 1
 ” 2 “ ” 2
 “ ” 2
 3 , 3
 가
 가 , 5 ,
 , 5
 1 F가 2 1
 G 2 , F가
 2 , G 2
 , 2
 가 :

* F G[F ≈ G ((F) (G))].

가 2
 ,
 1
 , 1
 4 , 4
 가 1 , 1
 , 5
 5 , 가 2

가 0 " " 가 1 " 가 2

가 F 2 1 F가 , F
 , " F , x " F
 , F F , " F , x " F
 , F G 2 1 G가
 G , G y가 , " G , y " G
 가 "2 2 "

:"2 1 F가 , 1
 F x가 'F x ' 1
 2 . " "2 "

"Pred(,)" , .

* Pred(,) df F[x(Fx) x(Fx& y(Fy&y x))].¹⁴⁾

14) : (*) Pred(,) df F
 x[Fx& y(Fy)& y(Fy&y x)]. 가 , ,
 가 4 , ,
 (* 가 가

가 2 x

(x& y(y&y x)) , “ 2x x”

x(x& y(y&y x))

2

2

가

3.3.

가 가 『 』 가 『

』 가 『

가

“ a가 Q- b ”

F “ a가 Q 가 Q- ”

b F “ a가 Q- b ” 1 Q

“2 - 2 ”

3 “ ” 3

“ ” 2

가 가 2

” “ ”

“Her(,)” , :

* Her(,) df (() (((,) ()).

3 “2 가 2
 - , 2
 ” . :

* $\mathcal{F}(A)(B)$ df $(\text{Her}(A, B) \cap (\mathcal{F}(A, B) \cap \mathcal{F}(A))) \cap \mathcal{F}(A)$

Q가 가 “ a b Q- ”
 , “ a Q- b b
 ” . “2 2
 - ” . ,
 2 . ,
 “2 - 2
 , ” , :

* $\mathcal{F}(A)(B)$ df $\neg \mathcal{F}(A)(B)$.15)

가
 : , “2 ” 0
 .
 2 $\circ X \ X$, “2
 $\circ X \ X$ ” . “2
 ” “Fin()” ,
 :

* $\text{Fin}(A)$ df $\mathcal{F}(\text{Pred})(\circ X \ X, A)$

4. 가 :

15) “ $\mathcal{F}(A)(B)$ ” “ ” 가 .
 가

가 『 』 『 』 . 가
 . 가
 . 가
 , 가 『 』
 . 가
 , 가 『 』

4.1.

가 가 『 』 가 가
 . 가 , 가
 , 가
 , 가 :

- * : (()) / ().
- * : / F((F) (F)).
 F((F) (F)) / .

1
 , 『 』 『 』 가
 ,¹⁶⁾ n n

16) Boolos(1985), 337. “the axiom schema of comprehension” “ ”

.17)

* $\binom{n}{n-1} \binom{n-1}{n} (\binom{n}{n-1} \binom{n}{n-1})$. [가]
 * $\binom{n}{n-1} \binom{n-1}{n-1} (\binom{n}{n-1, n-1} \binom{n}{n-1, n-1})$. [가]

가

가

(1) $\mathcal{F}(\)(\ ,)$ (Her(,) (() ())).
 (2) $\mathcal{F}(\)(\ ,)$ (Her(,) (() ())).¹⁸⁾

* (1) : - , 가 -
 , 가 2 , 가
 2 가 - , 가
 2 ,

* (2) : , ,
 - , -

가 “ ” “ ” “ ”

17) n- 가 n-

Demopolous(1994), 245-246
 18) (1) \mathbb{F} \mathbb{F} (81) \mathbb{F} \mathbb{F} (128) , (
 2) \mathbb{F} \mathbb{F} (144)

가

가

가 : “ 가 , 가 - ”, “ 가 - , 가 ” :

(1) (,) $\mathcal{F}() (,)$.

(2) $\mathcal{F}() (,) ((,) \mathcal{F}() (,))$.¹⁹⁾

* (1) : () 가 , () () 가 2 () () () , () () , () () , () 가 ,

* (2) : () - , () 가 , () 가 2 가 , 가 가 2 가 , 가 () , 가 ,

19) (1) \mathcal{F} (91) \mathcal{F} (131) , (2) \mathcal{F} (96) \mathcal{F} (129) .

· , , -
 .
 “
 - ” , “ 가 , -
 , “ - ” ,
 가 , - ”
 .

- (1) $\mathcal{F}(x)(y) = (\mathcal{F}(x)(y))$.
- (2) $\mathcal{F}(x)(y) = (\mathcal{F}(x)(y))$.²⁰⁾

* (1) : , ()
 , () 가 . () ,
 - .
 , ()
 가 , (1) - .
 , - . , (

* (1) : - , -
 .
 - (1) , (2)

4.2.

가

20) (1) \mathcal{F} \mathcal{A} (102) \mathcal{F} \mathcal{A} (132)
 (2) \mathcal{F} \mathcal{A} (104) \mathcal{F} \mathcal{A} (130)

- (A1) [Pred(,) (Pred(,))].
- (A2) (Fin() $\neg \mathcal{F}$ (Pred)(,)).
- (A3) (Fin() (Pred(,))).
- (A4) Fin() \mathcal{F} (Pred)($\circ x$ x,).

가

\dots , (A4) \dots
 \dots , (A1) \dots
 (A3) \dots 2 \dots
 \dots , (A3) \dots

* (A1) : \dots , Pred(,) Pred(,) 가 \dots ,
 \dots F , (F) (F) $x(Fx \&$
 $y(Fy \& y \ x))$ \dots , F , (F) (F)
 \dots , 2 \dots ,
 2 \dots

* (A3) : \dots : Fin(). 2
 2 \dots : , “ $x(Fx \& y(Fy \&$
 $x))$ ” 가 \dots , 2 \dots F(
 $x(Fx) \dots Fx \dots)$ “ $x(x \& y(y \& y \ x))$ ”
 $F(x(Fx) \ x(Fx \& y(Fy \& y \ x)))$ \dots (A3)

(A2) \dots
 가 (A2) \dots , 『 』
 (A2) (145) 가 \dots
 가 \dots ,
 \dots : , 0 \dots
 \dots , a가 b c가 b , a c \dots
 \dots , a c \dots c \dots ,
 a가 b , F가 Q- a가 F
 \dots , b F \dots

:

- (1) $\neg \mathcal{F}(\text{Pred})(x, \text{ }_0x \ x)$
- (2) $\mathcal{F}(\text{Pred})(x, \text{ }) (\text{Pred}(x, \text{ }) \mathcal{F}(\text{Pred})(x, \text{ }))^24)$
- (3) $\mathcal{F}(x)(x, \text{ }) (\text{Her}(x, \text{ }) (x, \text{ } (x, \text{ })))$

(3)

. (1)
 : $x, \text{ }_0x \ x$ 가 $x, \text{ }_0x \ x$ 가
 2 2 -
 $0x \ x$ 가
 $0x \ x$
 ,
 .

$\neg \text{Pred}(x, \text{ }_0x \ x)$
 $\mathcal{F}(x)(x, \text{ }) (x, \text{ })^25)$

* : 2 $0x \ x$,
 F , $0x \ Fx$ $x(Fx \ \& \ y(Fy \ \& \ y \ x))$
 $0x \ Fx$, F
 $F \ \& \ y(Fy \ \& \ y \)$
 F .
 $x(Fx \ \& \ y(Fy \ \& \ y \ x))$
 $0x \ Fx$ 가 $x(Fx \ \& \ y(Fy \ \& \ y \ x))$
 $0x \ x$ 가 .

* : - 가 .
 3 : Her(x, \text{ })

24) (1) \mathcal{F} \mathcal{A} (126), (2) \mathcal{F} \mathcal{A} (143)

25) \mathcal{F} \mathcal{A} (108), \mathcal{F} \mathcal{A} (124)

[((,) ()) ()]. 3 “ (,)”((,))
 Her((,) (,)) 가
 Her((,) , (,)) :
 가 , 가
 , : , 2
 2 2

(A2) (2) .
 , 가 ,
 “a가 Q- b , b Q 가 , a”
 :

(*) $\mathcal{F}(x)(y) = ((x, y) \& \mathcal{F}(x)(y))^{26)}$

“ 가 ,
 2 가 ” 3 - , ,
 가 2 3
 . , -
 3
 :

((,) & $\mathcal{F}(x)(y)$) (() (,) (() (,) & $\mathcal{F}(x)(y)$))
 (,)) .

26) 『 』 (141)

[(,) ((,)&F ()(,))]²⁷⁾

가 , 가 (2) “ ”
가 , 가 .

* : (2) , ¬F ()(,) ((,) ¬F ()(,)) . , ¬F ()(,) ((,) ¬F ()(,)) . , ((,)&F ()(,)) F ()(,) . , (()(,) ¬F ()(,)) (()(,) ¬F ()(,)) . , F ()(,) (()(,) (()(,)&F ()(,))) . , ((,)&F ()(,)) (()(,) (()(,)&F ()(,))) . , 3 “ ((,)&F ()(,))” - .

* : ((,) ¬F ()(,)) ((,) ¬F ()(,)) . , F ()(,) ((,) ((,)&F ()(,))) . , F ()(,) . (,) ((,)&F ()(,)) . , .

(*)

: “ 가 . ” (2) 가 가 , 가 가 . 가 가 , 가 가 , 가 가 , 가 가 . 가 , 가 . , (2) 가

27) 『 』 (138), 『 』 (141) .

, 가 (A2) .

4.3. 가

가 , 가 ,
 가 , 가 ,
 가 , 가 ,
 , 2 , 2 ,
 가 , 가 2 ,
 가 , 가 , 2
 가 , 가 .
 “ ” 2 1 ,
 “ ” 2 1 ,
 . , 2 , “
 ” 2 , “
 ” 2 “ ”
 2 , “ ” 2
 . , :

(i) $F[\text{ }_{12}xFx \text{ }_x(Fx \& \text{ }_{11}y(Fy \& y \text{ }_x))]$.

(ii) $F[\text{ }_{12}xFx \text{ }_x(Fx \& \text{ }_{10}y(Fy \& y \text{ }_x))]$.

(i) . 가 , ,

F (i) . 가 , F

(i) x , ,

F (i) , “ ” 2 “
 . , “ ” 2 .

(ii) 가 , ,

F . 가 , F

(ii) x , F

(ii) , “ ” 2 “ .

“ ” 2 “

” 2 “

“ ” 2 “

“ ” 2 “

“ ” 2 “

가 가 (28)

가 가

가?

가 2 1 ” 2

“ ” 2 “

1 1 “

2 2 1 1

가 가

가 2

가 2 1

가 : Card() F (F).

1 : Card() F((F) G(F

≈G (G)). , 2 가 가

가 F가 가 . ,

28) . Russell(1919), 132. Wright(1983), 38-40

: 1 F ,

(iii) $x(Fx \& y(Fy \& x))$.

(iv) $x(Fx \& y(Fy \& x))$.

(iii) $x a$, (iv) $x b$. ,
 a , $Fa \& y(Fy \& a)$ 가 , b , $Fb \&$
 $y(Fy \& b)$ 가 . $a b$ F , $Fy \&$
 $a Fy \& b$ F
, .
, 1 2
2 a 2 , $Fy \& a$ $Fy \& b$ $Fy \&$
 $Fy \& b$ 2 . 가 $Fy \& b$ 2 ,
 $Fy \& a$, $Fy \& a$ 2
. 1 G가 2 가 . ,
1 $Fy \& a$ 2 $Fy \& a$
. , G 2 . ,
1 G가 2 가 . , 1
. , $Fy \& b$ 2 $Fy \& b$
G 2 . ,
1 G가 2 , 2
, . , 2 ,
. , 2 가 2
가 .²⁹⁾
, 가
2 1 가

29) Boolos(1994), 27-34 .

가 “ n ” 2 가
 1 F가 “ n ”
 2 , F n .
 , 2 1
 1 , (A3) 2
 , , 가
 , 2 , 가
 가 , 가
 가 .

5. 가?

가 1-2 『 』
 『 』 가 . 가
 . 가
 3
 가 4
 가 가
 가 가
 , 2 가
 , 가 가
 가 , 가
 ,

가
 가? , 가 가? , 가
 가? , 가 가? , 가
 가 (35)

가
 가 , 가
 가? 「 」 (1924-5)

가 , 가
 .(Ns, 299)

가 :
 , 가 가 , 가
 가? 가

가
 , 가 , 가
 .(Ns,294)

35) Russell(1919), 140- 141

가

가

(Ns, 299)

가
가

가

가

가

가

가

가

가

가

가

36)

(1999), 『*Frege's Philosophy of Language*』, Oxford.

Boolos George(1985), Reading the Begriffsschrift, in *Mind* **94**, 331-44.

_____ (1994), The Advantage of Honest Toil over Theft, in *Mathematics and Mind*, (ed.) George, A. 27-44.

Bostock, David(1979), *Logic and Arithmetic : Natural Numbers*, Oxford.

Demopolous, William(1994), Frege and Rigourization of Analysis, in *Frege's Philosophy of Mathematics*, (ed.) Demopolous, W., 88-68.

Dummett, Michael(1991), *Frege : Philosophy of Mathematics*, Havard University Press.

Frege, Gottlob(1964), *Begriffsschrift und andere Aufsätze.*, (ed.) Ignacio Angelelli. Darmstadt.

_____ (1984), *Die Grundlagen der Arithmetik.* (ed.) Christian Thiel. Hamburg.

_____ (1962), *Grundgesetze der Arithmetik. Begriffsschriftlich abgeleitet. I. Band.*, Zweite unveränderte Auflage, Darmstadt.

_____ (1962), *Grundgesetze der Arithmetik. Begriffsschriftlich abgeleitet. II. Band.*, Zweite unveränderte Auflage, Darmstadt.

_____ (1983), *Nachgelassene Schriften.*, (eds.) Hans Hermes, Friedrich Kambartel, Friedrich Kaulbach. Hamburg.

Heck, Richard(1993), The Development of Arithmetic in Frege's *Grundgesetze der Arithmetik*, in *Frege's Philosophy of Mathematics*, (ed.) Demopolous, W., 257-294.

_____ (1995), Definition by Induction in *Frege's Grundgesetze der Arithmetik*, in *Frege's Philosophy of Mathematics*, (ed.) Demopolous, W., 295-333.

_____ (1997), Julius Caesar Objection, in *Language, Thought, and Logic*, (ed.) Heck, Richard, 273-308.

Hodes, Harold(1984), Logicism and the Ontological Commitments of Arithmetic, in *The Journal of Philosophy* 81, No.3. 1984, 123-149.

Russell, Bertrand(1919), *Introduction to Mathematical Philosophy*, 1th edn. London, George Allen and Unwin Ltd.

Wright, Crispin(1983), *Frege's Conception of Numbers as Objects*, 1983, Aberdeen.