

베르나이스와 공리적 방법* **

박 우 석

【요약문】 베르나이스는 국내외를 막론하고 그의 업적에 상응하는 집중적 관심의 대상이 되지 못했다. 극히 최근에 이르러 베르나이스의 저작의 재출간을 비롯하여 그의 철학에 대한 재조명이 시작되고 있다. 본 논문은 이러한 흐름에 발맞춰 공리적 방법을 초점으로 베르나이스의 사상을 힐버트의 사상으로부터 섬세하게 가려내는 시도를 시작해보고자 한다. 우선 힐버트가 자신의 공리적 방법에 대해 대단한 자부심을 지녔었다는 점을 전거를 제시해가며 부각시킨다. 그리고 힐버트의 공리적 방법이 공리적 방법의 역사 전체 안에서 어떤 위치를 지니는지에 관한 베르나이스의 견해를 정리해볼 것이다. 또한 중전기 베르나이스와 후기 베르나이스가 이 문제에 관하여 상당히 다른 입장을 취하는 것으로 보인다는 점에 착안하여, 중전기 베르나이스의 견해와 후기 베르나이스의 견해를 대조해 보일 것이다. 그리하여 공리적 방법에 관하여 가장 뚜렷하게 부각되는 힐버트와 베르나이스의 견해의 차이가 공리적 방법의 제일성의 문제에서 찾아진다는 점을 보여줄 것이다. 같은 맥락에서 1950년대 중반 이후 과학철학에서의 카르납의 프로젝트가 공리적 방법의 제일성에 대한 힐버트의 신념을 계승하려는 것으로 보고, 후기 베르나이스의 카르납 비판을 논의할 것이다.

【주요어】 베르나이스, 공리적 방법, 힐버트, 카르납, 토대의 심화, 수학의 적용

* 접수일자: 2011. 5. 19. 심사 및 수정완료일: 2011. 6. 6. 게재확정일: 2011. 6. 8.

** 이 논문은 2007년 정부(교육인적자원부)의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구임(KRF-2007-321-A00025). “힐버트학과와 공리적 방법”을 주제로 한 이 공동연구에서 필자는 공동연구자인 전영삼, 박준용, 최원배에게서 많은 것을 배웠다. 아울러 2007년 가을 카이스트에서 “힐버트와 공리적 방법”이란 제목으로 철학특강을 함께 강의한 박준용, 이정민에게 큰 빛을 졌다. 이 글의 내용은 특히 전영삼의 연구에 크게 고무된 흔적을 보리라 믿는다. 아울러 익명의 심사자들의 유익한 비판에 감사드린다.

1. 머리말

베르나이스가 20세기의 논리학, 수학기초론, 그리고 수학철학의 분야에서 가장 탁월한 업적을 남긴 인물들 가운데 한 사람이라는 데는 이론의 여지가 없다. 그러나 놀랍게도 베르나이스는 보통 힐버트의 공동연구자로 거론되거나 공리적 집합론 ZFC 체계의 대안으로 많이 논의되어 온 NBG 체계와 관련하여 중요한 집합론 연구가로 거론되었을 뿐, 국내외를 막론하고 그의 업적에 상응하는 집중적 관심의 대상이 되지 못했다. 특히 최근에 이르러 베르나이스의 저작의 재출간을 비롯하여 그의 철학에 대한 재조명이 시작되고 있다.¹⁾ 필자는 본 논문에서 이러한 흐름에 발맞춰 공리적 방법을 초점으로 베르나이스의 사상을 힐버트의 사상으로부터 섬세하게 가려내는 시도를 시작해보고자 한다.

힐버트는 뛰어난 현대수학자였을 뿐만 아니라 논리학과 수학기초론을 통해 현대의 과학과 철학 일반에 심원한 영향을 미친 철학자이기도 했다. 그러나 그 자신은 언제나 철학적 배경의 한계를 의식하고 있었고, 그 결과 이미 초기부터 후설, 넬슨(Leonard Nelson) 등의 철학자들과 밀접한 교류를 가졌다.²⁾ 베르나이스는 1917년에 힐버트의 조수로 발탁되어 향후 그의 오른팔로서 수학기초론 분야에서 대활약을 했고³⁾, 그들의 공동연구는 *Grundlagen der Mathematik* (제1권, 1934; 제2권, 1939)의 출간에서 절정을 이루며, 여기서 베르나이스는 명색이 공동연구자였지 실제로는 책임 저자,

1) Parsons (2006)는 베르나이스 영역본 출간 사업과 관련하여 수행된 연구이고, Feferman (2008)는 괴델 전집, 특히 서간집(괴델전집 4, 5권)의 출간에 기반한 연구라고 할 수 있다.

2) 리드 (2005) 참조.

3) Corry (2004), p. 70은 “조수”라는 표현이 다소 오도적이라는 점을 논의하고 있다.

아니 단독 저자의 역할을 했다고 한다.⁴⁾ 주목해야 할 점은 힐버트가 베르나이스를 발탁하게 된 근본적인 원인 또한 베르나이스가 수학자이고, 물리학자일 뿐만 아니라 정규 교육을 통해 훈련된 철학자라는 데서 찾아야 한다는 사실이다.⁵⁾ 따라서 1917년에서 1925년에 이르는 시기를 중심으로 이해되는 소위 힐버트 프로그램은 공리적 방법에 관한 베르나이스의 철학적, 방법론적 견해를 이해하지 않고서는 논의가 불가능하다고 할 수 있다. 따라서 공리적 방법에 관한 힐버트와 힐버트학파의 사상을 파악하고자 할 경우 베르나이스 연구는 필수불가결의 핵심적 요소이다.

필자는 편의상 1899년 『기하학의 기초』 출간까지의 초기 힐버트와 1900년에서 1917년까지의 중기 힐버트, 그리고 1917년 이후

4) 예컨대, Specker (1979), p. 385, Zach (1999), pp. 344-345 참조. 재호의 경우, 힐버트가 노쇠한 시기의 Hilbert and Bernays (1934, 1939)를 베르나이스가 “본질적으로 혼자서 ... 썼다”고 기술할 뿐만 아니라, 베르나이스가 그들의 공동연구 초창기(1917-1918년)서부터 “최소한 힐버트 만큼의 기여”를 했다고 주장한다.

5) 아주 짧은 베르나이스 전기인 Specker (1979)에 따르면, 베르나이스는 1912년 괴팅겐에서 란다우의 지도 아래 해석 정수론으로 박사학위를 받았다. 그리고 같은 해에 취리히 대학에서 제르멜로 지도 아래 함수 이론으로 교수 자격을 획득했다. 그리고 1917년 힐버트의 초청에 의해 괴팅겐으로 옮겨가서 논리학으로 다시 교수 자격을 획득했다. 그러나 그는 베를린에서 학부 학생일 때 베를린 대학에서는 플랑크에게서, 그리고 괴팅겐에서는 보른에게서 물리학을 배웠다. 한편 그는 베를린에서 리일(Riehl), 슈툼프(Stumpf) 및 카시러에게서, 그리고 괴팅겐에서는 넬슨에게서 철학을 배웠다. 신프리스 학파의 중심인물이었던 넬슨의 영향 아래서 베르나이스는 1910년대에 시지 위크와 칸트의 도덕철학에 관한 논문을 쓰기도 했다. 베르나이스의 물리학 배경에 대해서는 Corry (2004), pp. 295-296에 중요한 정보가 담겨있다. 베르나이스는 1910년대에 수리물리학 및 그와 관련된 토대론적 문제들에 깊이 관여하여 Bernays (1913)을 출판했고, 가스 이론에 대해서는 1920년까지 괴팅겐에서 강의했다. 아인슈타인이 베르나이스에게 감사한 사실에 대한 보고서나 제르멜로와 베르나이스의 학문적 관심사의 경력 사이에 수리물리학에서 수학기초론으로의 관심의 전이라고 하는 흥미로운 평행선이 그려진다는 코리의 지적도 그냥 지나칠 수 없다.

의 후기 힐버트를 구별하고자 한다. 기존의 연구들은 대부분 초기, 중기, 후기의 힐버트를 구별하지 않음으로써 결과적으로 힐버트의 사상적 발전에 관한 이해가 미흡했고, 힐버트의 성취가 상당 부분 힐버트의 공동연구자들에게 크게 힘입었다는 사실을 공정하게 보고하는 데 실패했다고 할 수 있다. 나아가서 힐버트 자신의 견해와 그의 공동연구자들(또는 더 넓게 힐버트학과 사람들)의 견해를 가려서 논의하지 않음으로써 그들 각각의 견해를 파악하지 못한 것은 물론이고 그들 전체가 공유한 생각을 파악하는 데도 실패했다. 그리고 이러한 삼중의 실패는 서로 맞물려 있다. 최근 힐버트와 주변 인물들의 유고, 서신, 강의록 등의 연구와 출간 작업이 활발한데 발맞춰 이 삼중의 실패를 바로잡아야 할 필요성은 절실하다고 여겨진다.⁶⁾ 아울러 베르나이스의 사상 또한 초기, 중기, 후기로 나누어 논의할 필요가 있다. 편의상 1917년 힐버트의 공동연구자가 되기 이전까지의 시기를 초기, 힐버트와의 공동연구 기간인 1939년까지를 중기, 그리고 1939년 이후를 후기로 나누어 볼 수 있을 것이다.⁷⁾ 또한 한 걸음 더 나아가서 중기 베르나이스를 중전기와 중후기로 다시 세분할 필요가 있다. 결국 최대 관심사가 힐버트와 베르나이스가 공동연구에 매진한 시기 중에 그들 사이의 상호작용을 이해하는 데 있게 될 것이므로, 전략적 필요에 의해서라도 이러한

6) 괴텔 전집, 제르멜로 전집, 힐버트-베르나이스 프로젝트, 베르나이스 프로젝트, 카르납 전집 발간 프로젝트

7) Parsons (2006)는 후기 베르나이스의 기점을 1945년으로 잡았는데, 그것은 힐버트와의 공동연구 기간과도 최소한 6년의 간격을 둔 대단히 안전한 선택이라 할 수 있다. 그러나 Hilbert and Bernays (1934, 1939)의 사실상의 저자가 베르나이스라는 데 거의 완전한 의견 일치가 이루어져 있는 상태에서 그것은 지나치게 안전한 선택일 수도 있다. 베르나이스가 나치에 의해 축출되어 취리히로 간 1934년 이후의 어느 시점, 특히 곤제스와의 학문적 교류를 통해 그의 사상에 경도된 어느 시점으로 후기 베르나이스의 시기를 소급할 필요가 있을 것이다. 그러나 본 논문의 논의에서 이 문제는 무시해도 무방하다.

잠정적 구분은 발견술적 가치를 지니리라고 본다. 그런 관점에서 이 시기 내에서 하나의 유효한 분수령이 되는 연대로 1931년 괴델의 불완전성 정리의 발표를 내세움직하다.

필자의 논술 전략은 다음과 같다. 제2절에서는 우선 힐버트가 자신의 공리적 방법에 대한 놀라울만큼 대단한 자부심을 지녔었다는 점을 전거를 제시해가며 부각시킬 것이다. 제3절에서는 힐버트의 공리적 방법이 공리적 방법의 역사 전체 안에서 어떤 위치를 지니는지에 관한 베르나이스의 견해를 정리해볼 것이다. 무엇보다 흥미로운 점은 중기 베르나이스와 후기 베르나이스가 이 문제에 관하여 상당히 다른 입장을 취하는 것으로 보인다는 점이다. 여기에 착안하여, 3.1에서는 먼저 중전기 베르나이스의 견해와 후기 베르나이스의 견해를 대조하고자 한다. 3.2에서는 그런 논의의 결과 공리적 방법에 관하여 가장 뚜렷하게 부각되는 힐버트와 베르나이스의 견해의 차이가 공리적 방법의 제일성(uniformity)의 문제에서 찾아진다는 점을 논증할 것이다. 제4절에서는 후기 베르나이스의 카르납 비판을 집중적으로 논의할 것인데, 그것은 1950년대 중반 이후 과학철학에서의 카르납의 프로젝트가 공리적 방법의 제일성에 대한 힐버트의 신념을 계승하려는 것으로 여겨지기 때문이다.

2. 힐버트의 공리적 방법과 토대의 심화

힐버트는 자신의 공리적 방법에 대해 지대한 자부심을 지녔던 것으로 보인다. 주지하듯, 힐버트는 수학의 거의 전 분야에 걸쳐 탁월한 업적을 이룬 인물로서 현대 수학의 아버지 격으로 추앙받는 인물이다. 더구나 “힐버트”하면 쉽게 떠올려지는 다른 업적들이 여럿 있다. 예컨대, 힐버트의 문제, 힐버트 프로그램, 힐버트의 증명이론, 힐버트의 메타수학 등등이 그러하다. 따라서 그 스스로 이

모든 찬란한 업적들보다도 공리적 방법에 대해 자신이 이룩한 성과에 대해 평생토록 극도의 애착심을 보였다라는 점은 결코 가볍게 넘길 일이 아니다. 힐버트는 왜 자신의 공리적 방법에 대해 그토록 애착과 자부심을 지녔던 것일까?

힐버트가 자신의 공리적 방법에 대해 강한 자부심을 보였다라는 사실에 대한 증거는 도처에서 발견된다. 우선 Hilbert (1900), pp. 1092-1093에서 전통적으로 수 개념 연구에서 사용되어 온 발생적 방법과 기하학에서 자신이 도입한 공리적 방법을 대조하고, 이 방법들이 각각 수 개념 연구와 기하학에서 적합한 유일한 방법인지, 그리고 역학을 위시한 물리과학의 분야의 논리적 연구에서 이 방법들 중 어느 것이 더 유리한지를 묻는다. 그리고 그는 단호하게 자신의 입장을 밝힌다.

내 의견은 이렇다. 발생론적 방법의 높은 교육적, 발견술적 가치에도 불구하고, 우리 지식의 최종적 제시와 완전한 논리적 근거 지우기 [Sicherung]를 위해 공리적 방법은 최고의 지위를 차지할 자격이 있다. [Hilbert (1900). p. 1093] (이탤릭체는 원문을 따름)

산수의 토대를 연구하는 데 있어서도 자신의 공리적 방법이 적용될 수 있고, 또 더 우월한 방법이라는 점은 또한 Hilbert (1905), p. 130에서 더 자세히 논의된다. 여기서 힐버트는 기하학의 토대에 관해서는 연구의 목표와 연구 방향에 관해 본질적으로 의견의 일치가 얻어진 반면, 산수의 토대에 관해서는 아주 다양한 상충되는 의견들이 있다는 점을 지적한다. 주된 난점들을 요령껏 제시하기 위해 그는 크로넬커, 헬름홀츠, 그리고 크리스토펬의 입장을 각각 독단론자, 경험주의자, 그리고 기회주의자로 파악하여 소개한다. 그리고 나서 그는 정수의 본질에 관하여 보다 깊은 탐구를 수행한 이들로 프레게, 데데킨트, 그리고 칸토르를 손꼽는 동시에 그들 각각에 대해 자신이 갖는 기본적 불만을 토로한다. 그런 다음 이제

힐버트는 공리적 방법을 자신의 해결책으로서 제시한다.

거론된 모든 난점들은 극복될 수 있다는 것, 그리고 실제로 내가 공리적이라 부르고, 그것의 근본적인 관념을 아래에서 간략하게 전개하기를 원하는 한 가지 방법에 의해 우리가 수의 관념에 대해 엄밀하고도 완전히 만족스러운 토대를 제공할 수 있다는 것이 내 의견이다. [Hilbert (1905), p. 131]

한편 아인슈타인과의 우선성 논쟁⁸⁾ 직후인 1917년 취리히 강연에서 힐버트는 물리학을 비롯한 인접 과학들로의 공리적 방법의 확장적 적용을 역설한다. 이 강연의 모두에서 힐버트는 이렇게 말한다.

국가들의 삶에서 개별 국가가 오직 다른 이웃 국가들이 건강할 때에만 번성할 수 있는 것과 꼭 마찬가지로, 그리고 국가의 이익이 모든 개별 국가 내에서 질서 유지가 되는 것뿐만 아니라 국가들 간의 관계 또한 훌륭한 질서 속에 있기를 요구하는 것과 꼭 마찬가지로, 학문들의 삶에 있어서도 사정은 같다. 이 사실을 인지하고서 수학사상의 가장 중요한 인물들은 언제나 인접 과학들의 법칙과 구조에 큰 관심을 표명해 왔다. 무엇보다도 수학 자체에 이득이 되도록 그들은 언제나 이웃 과학들, 특히 물리학과 인식론의 위대한 제국들과의 관계를 도모해왔다. 내가 여러분에게 현대 수학에서 점점 더 현저해지고 있는 것으로 여겨지는 일반적인 연구 방법을 기술한다면, 이 관계들의 본질, 그리고 그것들이 많은 결실을 맺는 이유가 더 분명해지리라 믿는다. [Hilbert (1918), p. 1107]

이 강연은 “토대의 심화”라는 구호를 중심으로 잘 알려진 바를 힐버트 자신의 공리적 방법과 동일시하고서 이 절차가 만족해야 할 두 가지 요건으로 독립성(independence)과 일관성(consistency)을 두 축으로 하여 논의를 전개한다.⁹⁾ 이제 필자가 주목하는 것은 그

8) 이 문제에 관해서는 Corry (2004) 참고.

9) 힐버트가 토대의 심화의 사례로 논의한 바에 대한 자세한 논의는 Stöltzner

들 중 일관성을 논의하는 맥락에서 힐버트가 다시 한번 자신의 공리적 방법을 자화자찬하는 대목이다. 힐버트에 따르면 물리학 이론들에서 모순이 발생하면, 그 모순들은 언제나 공리들을 달리 선택함으로써 제거된다. 그러나 순수 이론적인 분야의 지식에서는 사정이 다르다는 것이다. 그 예로서 힐버트는 소위 칸토르 역설을 거론하고, 크로넬커와 포앙카레 같은 이들의 경우 그로 인해 수학에서 가장 생산적이고 강력한 지식의 분과인 집합론의 존재 자체가 정당화되지 않는다고 보았다는 점을 지적한다. [Hilbert (1918), pp. 1111-1112] 그리고 나서 힐버트는 의기양양하게 이렇게 말한다.

그러나 이 불안정한 사태 속에서도 공리적 방법이 구조에 나섰다. 정확한 방식으로 집합들의 정의의 임의성과 그것들의 원소에 관한 진술들의 허용가능성 양자 모두를 제한하는 적당한 공리들을 설정함으로써 제르멜로는 모순들은 사라지되 집합론의 범위와 적용가능성은 그대로 유지되는 방식으로 집합론을 전개하는 데 성공했다. [Hilbert (1918), p. 1112]

나아가서 힐버트가 평생토록 그런 자부심을 잃지 않았다는 사실 또한 강조해둘 만하다. 거의 최후의 주요 저술이라고 할 수 있는 “자연에 관한 지식”(1930)에서 힐버트는 근대와 현대의 수학사와 과학사의 금자탑들을 열거하면서 한 가지 오랜 철학적 문제 — 즉 우리 지식 내에서 사유와 경험이 지니는 몫에 관한 까다로운 문제 — 를 거론한 바 있다.¹⁰⁾ [Hilbert (1930), p. 1157] 필자가 주목하

(2002), (2003)에서 발견된다. 스틸츠너는 Hilbert (1918)에 제시된 다양한 개별 과학 분야에서의 토대의 심화 사례들을 여덟 가지 유형으로 나누어 분석하였기 때문이다. 아울러 박우석 (2008), pp. 17-23 참고.

10) 이 강연은 칸트와 힐버트가 태어난 도시인 쾨니히스부르크시가 1930년에 힐버트에게 명예시민권을 수여하는 자리에서 행해진 것이다. 몇 년 이내에 나치에 의해 힐버트의 괴팅겐 학과는 와해되고, 베르나이스 등 주위 인물들은 망명 길에 오르게 되어 노년의 힐버트는 1943년 임종시까지 외로이 은퇴 생활을 하게 된다. [Ewald (1996), p. 1157 참조]

는 바는 여기서 힐버트가 자신의 평생의 업적이 그런 수학사와 과학사의 배경 아래서 지나는 의미를 반성해보고자 했으리라는 점이다. 힐버트에 따르면 현대인은 이 오랜 철학적 문제를 전보다 더 확신을 갖고 정확하게 해결되리라는 희망을 가질 수 있게 되었다. [Hilbert (1930), pp. 1157-1158] 그리고 그런 희망을 가질 수 있는 근거로 힐버트는 두 가지 이유를 들었다. 첫째 이유는 누구나 수궁할 수 있는 사실로서 오늘날 과학이 놀라운 속도로 발전하고 있다는 점이다. 그러나 둘째 이유는 상당한 논쟁의 여지가 있고, 바로 동일한 이유에서 힐버트 자신의 독창적인 관점을 드러내 보여준다. 여기서 힐버트는 우리가 오늘날 “공리적 방법”을 보유하고 있다는 점을 내세우기 때문이다.

그러나 둘째 상황이 오늘날 그 오랜 철학적 문제를 해결하도록 우리를 돕는다. 물리학 안에서 실험의 테크닉과 이론적 구축물을 세우는 기술이 새로운 경지에 도달했을 뿐만 아니라 그것들의 상대역인 논리학이 또한 근본적인 진보를 이루었다. 오늘날 자연과학 내의 문제들을 이론적으로 취급하는 일반적 방법이 있고, 그것은 모든 경우에 문제의 정확한 정식화를 용이하도록 촉진하고 그 해결을 위한 준비를 돕는다 — 소위 공리적 방법이 그것이다. [Hilbert (1930), p. 1158]

물론 힐버트는 공리적 방법이라는 문제 영역에서 자신이 이룩한 업적을 전혀 명시적으로 언급하지 않았다. 그러나 훗날 우리가 힐버트와 관련하여 “공리적 방법” 못지않게 자연스레 떠올리는 “힐버트의 문제들”, “힐버트 프로그램”, “증명 이론” 등의 주제가 전혀 거론되지 않았다는 점을 상기할 때, 힐버트가 자신의 오래고도 화려한 학자로서의 경력 가운데서 “공리적 방법”을 손꼽아 학문의 역사에 등재하고자 했다는 사실은 의미심장하다고 본다.

3. 베르나이스의 관점에서 본 힐버트의 공리적 방법의 한계

3.1. 공리적 방법의 단계적 발전

3.1.1. 중전기 베르나이스

아이러니컬하게도 후기 베르나이스는 힐버트만큼 힐버트의 공리적 방법을 높이 평가한 것으로 보이지 않는다. 이 점은 대단히 흥미롭고, 실제로 이 논문 전체를 지배하는 화두이다. 왜냐하면 힐버트와 뮐러야 뮐 수 없는 관계에 있는 베르나이스 고유의 철학과 사상을 가려내고자 하는 지난한 작업에 있어서 이러한 차이점은 중대한 단서가 될 소지를 지니고 있기 때문이다.¹¹⁾

Bernays (1922a)는 1917년 베르나이스가 힐버트의 공동연구자가 된 이후 얼마 되지 않은 시점에서 초기 힐버트와 중기 힐버트의 수학철학 분야에서의 업적을 평가한 대단히 중요한 논문이다. 베르나이스는 우선 근대 과학혁명기 이래 18세기와 19세기를 거치면서 수학과 철학의 관계가 어떻게 변천했는지를 간명하게 조감함으로써 논의를 시작한다. 베르나이스에 따르면, 칸트에 이르기까지 수학은 철학에 강력한 영향력을 행사했었다. 그런데 19세기 초로부터 시작된 계몽주의 시대의 시대정신에 따라 그 영향력은 갑자기 상실되었고, 수학과 철학의 사이는 소원해졌다. 그러나 베르나이스는 흥미롭게도 주류 철학이 수학으로부터 멀어진 것과는 대조적으로 수학자들 사이에서는 철학에의 정향이 계속 진화해왔다고 본다. 이러한 역사의 전개 이유를 베르나이스는 대체로 19세기에 수학이 놀라운 속도로 엄청난 발전을 이루었다는 데서 찾는다. 여기에서

11) 예컨대, Specker (1979), p. 383에 아주 시사적인 에피소드가 보고되어 있다. 베르나이스가 훗날 *Journal of Symbolic Logic*에 실은 공리적 집합론에 관한 연작 논문은 실제로는 1929/30년에 행한 강연 내용인데, 그는 “그 공리화가 어느 정도 인위적이라고 느꼈기 때문에 출판을 망설였다”고 한다.

그는 연구 영역의 확대, 연구의 전체 구조의 거대화, 그리고 방법의 진보를 특히 지목한다. 물론 베르나이스는 기하학, 산수, 그리고 대수학의 분야에서 일어난 19세기 수학사의 괄목할 만한 사건들을 열거하는 일도 게을리 하지 않는다. 예컨대, 그는 기하학에서 공간 직관이 더 이상 인식론적 토대로서의 중요성을 지니지 못하게 되었다든가, 집합론의 발명을 통해 수 개념이 일반화되었다든가, 대수학의 발전이 수나 양 뿐만 아니라 수학의 형식체계 자체까지 연구 대상으로 삼게 만들었다는 점을 지적한다. 베르나이스에 따르면, 그 결과 수학자들은 마침내 수학의 자율성을 쟁취하였다.

이전의 철학적 견해, 그리고 심지어 칸트철학까지도 수학에 대해 설정했던 경계가 무너뜨려졌다. 수학은 더 이상 철학이 그것의 방법과 경계를 처방하도록 허용하지 않았다; 오히려 그것은 그것의 방법론적 문제들에 대한 논의를 그것 자신의 손 안에 쥐었다.
[Bernays (1922a), p. 190]¹²⁾

이러한 배경 아래서 베르나이스는 이제 힐버트가 그 과정에서 공헌한 바를 가늠하고자 했고, 흥미롭게도 그 내용은 거의 전적으로 공리적 방법이라는 주제에 바쳐지고 있다고 해도 과언이 아니다. 또한 여기서 베르나이스는 Hilbert (1918)에서 힐버트가 공리적 방법에 관해 이야기한 바를 거의 전적으로 수용하고 있는 것처럼 보인다.

우선 베르나이스는 Hilbert (1899)의 성취에 관한 논의로부터 시작한다. 그에 따르면, 이 저작은 그것의 수학적 내용을 통해 수학의 발전에 강력한 영향력을 행사했을 뿐만 아니라 공리론에 방법론적 전환점을 제공했다. 이 점을 설명하기 위해 베르나이스는 몇

12) 수학의 자율성 확보를 힐버트 사상의 핵심적 동기로 보는 해석은 최근 Franks (2009)에서 현저하게 강조된 바 있다. 베르나이스가 이 점을 거론하고 있다는 사실은 중요한 단서가 될 소지가 있다.

단락 안에 기하학의 역사를 압축하여 제시한다. 우선 그는 칸트에 이르기까지 공리체계에서 공리들이 자명성이라는 인식론적 특징을 지니는 것으로 간주되어 왔다는 점을 강조한다. 칸트에게서도 여전히 “기하학과 역학에서의 공리적 방법의 성공과 다산성이 이들 과학에서 우리가 선험적 지식으로부터 (순수 직관의 공리들과 순수 오성의 원리들로부터) 나아갈 수 있다는 사실에 본질적으로 의존한다”는 견해가 발견된다는 것이다. [Bernays (1922a), p. 191] 그러나 각각의 공리가 선험적 지식을 표현해야 한다는 요구는 곧 포기되었는데, 왜냐하면 물리학의 발전에 따라 물리학의 공리로 경험적 명제들과 단지 가설에 지나지 않는 것들이 선택되었기 때문이다. 그뿐만 아니라, 베르나이스는 비유클리드 기하학과 헬름홀츠의 논증들 때문에 점점 더 기하학은 경험과학에 불과하다는 견해가 득세하게 되었다는 점을 지적한다. 그러나 베르나이스에 따르면, 선험성의 포기조차도 공리적 방법에 관한 견해에 본질적인 변화를 가져오지는 못했다. 더 강력한 변화는 기하학의 체계적 발전에 의해 야기되었다는 것이 그의 생각이다. 수학적 추상이 공간 직관의 영역을 훨씬 넘어서서 유클리드 기하학이 그 안에 구체화되는 포괄적인 체계의 구성으로 인도했고, 그에 따라 기하학이 공리들을 더 고차적인 관점에서 고찰할 수 있게 해주는 새로운 종류의 수학적 사변의 길이 열렸다. 그리고 이제 베르나이스는 이러한 고찰이 공리들의 인식론적 성격과는 무관하다는 점이 곧 명백해졌다는 점, 그리고 그에 따라, 클라인의 에어랑젠 프로그램에 이미 나타나듯, 공리론의 인식론적 문제들과 수학적 문제들을 분명하게 분리할 필요성이 부각되었다는 점을 지적한다. 이러한 배경적 설명을 제시한 후에야 베르나이스는 Hilbert (1899)가 지니는 중요성을 다음과 같이 설파할 수 있었다.

힐버트의 “기하학의 토대”에 관한 중요한 점은, 그렇다면, 여기서

처음부터, 그리고 최초로, 공리 체계를 세우는 데 있어서 수학적 이고 논리적인 [영역]의 공간적·직관적 [영역]으로부터의, 그리고 그와 더불어 기하학의 인식론적 토대로부터의 분리가 완전히 이루어졌고 완벽한 엄밀성을 지니고서 표현되었다는 것이다. [Bernays (1922a), p. 192]

물론 베르나이스는 기하학의 엄밀한 정초를 위해 증명들이 공리로 정식화된 것들에만 호소해야 하고 공간적 직관에는 어떤 방식으로든 의존하지 않아야 한다는 요구가 언제나 있어 왔다는 점, 그리고 최근 파슈에 의해 바로 그 점이 강조되었다는 점을 인정한다. 그러나 베르나이스는 힐버트의 공리론이 공간 직관을 제거하는 데서 한 걸음 더 나아갔다고 해석한다. 왜냐하면 “여기서 공간 직관에 대한 의존은 증명에서 뿐만 아니라 공리들과 개념들에서 또한 완전히 회피되기” 때문이다. [Bernays (1922a), p. 192] 그리고 베르나이스는 소위 (힐버트적) 암묵적 정의를 논의에 도입한다.

이 개념에 따르면, 공리들은 결코 참이나 거짓이라 말할 수 있는 판단들이 아니다.¹³⁾ 그것들은 오직 전체 공리 체계의 맥락 안에서만 뜻을 지닌다. 그리고 심지어 전체로서의 공리 체계조차도 참인 명제를 구성하지 않는다. 힐버트의 의미에서 공리적 기하학의 논리적 구조는 차라리 — 추상 군론의 경우와 유비적으로 — 순전히 가설적인 것이다. ... 따라서 공리체계 자체는 어떤 사실적인 것을 표현하지 않는다. 오히려 그것은 그것의 내적 [innere]

13) 할렛도 힐버트 이전 공리 체계에 관한 표준적 견해와 달리 힐버트에게서는 공리들이 더 이상 진리가 아닐 뿐만 아니라 참이거나 거짓일 수 있는 판단들이 아니며 심지어는 전체 공리 체계도 진리를 표현하지 않는다는 점을 강조한다. [Hallet (1995), p. 137] 할렛은 공리들이 진리값을 지니는지에 관한 이러한 견해 차이는 근원적으로 공리의 지위에 관한 견해 차이에 기인한다고 본다. 공리들이 참이라고 가정할 경우 그것들은 공리들 안에 등장하는 원초적 개념들 간의 관계에 관한 진리들일 것이므로 그 원초적 개념들을 확정할 수 있는 보편 논리학이 추구되게 되는 반면, 공리들이 참이라는 가정을 폐기하고 나면, “이론의 전개에 앞서 원초적 개념들에 관해 아무런 이야기도 할 필요성이 없[기]” 때문이다. [Hallet (1995), p. 141]

속성들에 따라 수학적으로 연구되어야만 하는 연관성의 체계의 한 가능한 형태를 제시한다. [Bernays (1922a), p. 192]¹⁴⁾

초기 힐버트 및 중기 힐버트가 공리적 방법에 공헌한 바를 두드러지게 부각시키기 위해 흔히 사용되어 온 장치는 (위에서 보았듯이 힐버트 스스로 사용했던) 발생적 방법과 공리적 방법을 대조시키는 것이고, 이 점에서 Bernays (1922a)도 예외가 아니다.¹⁵⁾ 필자는 다른 기회에 공리적 방법의 역사에서 힐버트 이전의 전통과 힐버트의 업적 사이의 연속성을 강조할 것인지, 그렇지 않으면 단절성을 강조할 것인지를 문제를 힐버트주의자의 딜레마라고 표현한 바 있다.¹⁶⁾ 마이어처럼 전자를 취한다면¹⁷⁾, 제2의 과학혁명이라고 까지 일컬어지는 19세기 말 이래의 과학의 급격한 발전, 그리고 특히 그 안에서 현대 수학의 과격적 새로움을 이해하는 단서를 포기

14) 암묵적 정의의 문제를 다룬 국내 문헌으로 전영삼 (2008), 최원배 (2007), 박우석 (2008) 등이 있고, 이 논문의 내용과 특히 직결되는 것으로 전영삼 (2008)을 꼽을 수 있다. 이 문제를 유명하게 만든 장본인은 술릭이라고 할 수 있고, 프리드만의 여러 저작이 이에 관해 모범적인 논의를 펼친 바 있다. [특히 Friedman (1999), (1992) 참조] 그러나, 흥미롭게도 마이어 같은 이는 이 문제를 부차적인 것으로 폄하한다. [Majer (2001), (2002) 참조] 아울러 Park (2011) 참조. 이 문제로부터 프레게/힐버트 논쟁으로 자연스럽게 관심을 이어가면, 우선 최원배 (2009)를 참고할 수 있을 것이다. 이 문제에 관한 베르나이스 자신의 입장은 무엇보다도 Bernays (1942)를 참조해야 한다. 이 논평문에 근거하여 보통 프레게와 힐버트 사이의 논쟁은 승부를 아직 가리지 못한 것으로 평가한다.

15) 또 다른 사례로 Weyl (1985) 참고.

16) Park (2011)는 Friedman (1992), (1994), (1999), (2001), (2002), (2008), (2011)이 암묵적 정의를 논의한 바가 힐버트의 공리적 방법에 대해 공정한 것인지에 대해 문제 제기를 하려는 의도를 갖고 있다.

17) 예컨대, 마이어(Majer)는 “힐버트가 유클리드의 공리적 접근법으로부터 자신을 분리시켰고, 완전히 새로운 공리론(axiomatics)을 목표로 했다”는 널리 받아들여진 견해는 무언가 잘못되었음에 틀림없다고 주장한다. [Majer (2006), p. 158]

하게 될지 모른다. 그 반면, 프리드만처럼 후자를 취한다면, 암묵적 정의에 대한 보다 철저한 해명이 필요하게 될 것이다. Bernays (1922a)는 명백히 이 딜레마에서 후자의 뿔을 잡는 것으로 보인다.

3.1.2. 후기 베르나이스

그런데, 흥미롭게도, 후기 베르나이스는 후기 힐버트 및 중기 베르나이스의 공동연구의 성과를 반영함으로써 공리적 방법의 발전 단계를 좀 더 다양하게 구분하고 있다. 예컨대, Bernays (1967)을 보면, 그가 공리적 방법의 발전 단계를 크게 (1) 실질적(material) 또는 내용적(pertinent) 공리론, (2) 정의적(definitory) 또는 기술적(記述的: descriptive) 공리론, 그리고 (3) 형식화된(formalized) 공리론의 셋으로 나누는 것을 보게 된다. Bernays (1967)은 “공리론의 범위와 한계”라는 제목 자체가 암시하듯, 중전기 베르나이스처럼 힐버트의 공리적 방법의 새로움과 중요성을 찬양하는 데 그치지 않고, 근 반세기에 걸친 실험과 축적된 지식을 바탕으로 공리적 방법 자체에 대한 깊은 반성까지 포함함으로써 자못 큰 입장의 변화를 보이고 있다. 우선 큰 그림을 그려보면, 실질적 공리론과 정의적 공리론의 두 단계는 앞서 거론한 발생적 방법과 공리적 방법의 단계와 얼추 대응할 것으로 보인다. 그렇게 보면, 이제 형식화된 공리론은 후기 힐버트와 중기 베르나이스의 공동연구를 통해 이룩된 힐버트 프로그램, 메타수학, 형식주의 등의 업적과 궤를 같이 할 것이다. 각 단계에 대해 베르나이스가 어떤 이야기를 했는지 간략히 살펴보도록 하자.

베르나이스에 따르면, 자료의 수집과 제시가 과학적 가치를 지니려면, 적당한 “개념화, 분류, 일반화, 그리고 가정들”이 필요하다. 그것들을 그는 “이론적 측면”, “지도적 관념들”, “개념성” 등으로 파악한다. 그리고 그는 공리적 방법이 생산적일 수 있는 것은 어느

정도의 개념성이 발전되고, 문제가 결과들을 한데 묶거나, 문제상황을 어림법적으로 평가하거나, 가정들을 경험적 테스트에 회부하거나, 내적 일관성을 연구하는 것일 경우라고 주장한다. 이러한 점들을 예시하기 위해 그는 물리학의 역사에서 마하, 클라우지우스, 그리고 뉴턴의 사례를 든다. 그리고 그는 생물학과 이론 경제학에서도 유사한 사례들을 찾을 수 있다고 덧붙인다. 그리고 나서 베르나이스는 실질적 공리론의 개념을 이렇게 제시한다.

지금까지 고찰한 모든 공리체계들은 그것들이 전체 이론이나 어떤 문제 상황에 대한 일군의 가정들, 그리고 문제의 이론의 개념성 안에 포함되어 있는 존재에 대한 진술을 참여화한다는 공통적 특징을 지닌다. 그렇다면, 결국, 이 개념성은 그것에 의해 다소 참여화됨직 하다. 우리는 아마도 그것들을 “실질적” 또는 “내용적” 공리론이라 부를 수 있을 것이다. [Bernays (1967), p. 189]

한편 베르나이스가 정의적 또는 기술적 공리론이라 부르는 것은 “공리들에 의해 기술된 어떤 구조적 개념의 귀결들을 전개하는 추상적 학문분야들이 속한다”. [Bernays (1967), p. 190] 그리고 그는 그런 개념들의 예를 군(群, group), 격자(格子, lattice), 그리고 체(體, field) 등에서 찾는다. 흥미로운 점은 베르나이스가 기술적 공리론에서의 주목할 만한 점으로 “동치적 규정의 다수성 (multiplicity of equivalent characterization)”을 지목한다는 사실이다. 예컨대, 격자 이론은 동등성의 개념을 가지고서도 공리화될 수 있고, “sub”을 근본적 술어로 하여 공리화될 수도 있다고 한다. 결국 베르나이스가 동치적 규정의 다수성에 주목하는 까닭은 그의 다음과 같은 결론에서 찾을 수 있다.

따라서 공리화는 자의성의 요소를 포함하고 있다. 내용적인 것으로 의도되었던 파슈의 공리체계와는 대조적으로, 기하학의 더 새로운 공리체계들, 특히 힐버트의 공리체계와 베블렌의 공리체계

는 또한 기술적이다. [Bernays (1967), p. 190]

흥미롭게도, 베르나이스는 공리적 방법의 발전에서 마지막에 해당하는 형식화된 공리론의 등장을 아주 간략하게 “기호논리학의 영향 아래서의 공리화에서 형식화로의 이행”으로 파악한다. 그리고 형식화된 공리론의 특색을 또한 다음과 같이 간결하게 요약한다.

- (1) 한 이론 내의 진술들의 가능한 형태들이 선형적으로 제한되고,
- (2) 논리적 추론들은 명시적 규칙들에 회부된다. [Bernays (1967), p. 191]

그 반면, 베르나이스는 훨씬 더 자세하게 형식화된 공리론의 한계를 논의한다. 그에 따르면, 형식화된 공리론의 방식으로 정수론, 해석학, 집합론, 기하학 등 수학의 여러 분야에서의 기존의 증명들을 형식화할 수 있다. 그러나 그는 “그럼에도 불구하고, 형식화된 공리론은 기술적 공리론을 완전히 대체할 수는 없다”고 단언한다.

3.2. 공리적 방법의 제일성 문제

앞 절에서 필자는 공리적 방법에 관하여 중전기 베르나이스와 후기 베르나이스가 미묘하기는 하지만 상당한 차이를 보인다는 점을 드러내려 애썼다. 그리고 그렇게 함으로써 베르나이스의 경우가 초기, 중기, 후기를 막론하고 공리적 방법에 대한 신념을 잃지 않고 그 방법의 발전에 있어 자신이 공헌한 바에 대해 지극한 애착과 자부심을 보였던 힐버트의 경우와 흥미로운 대조를 보인다는 점을 드러내고자 했다. 그러나 공리적 방법에 관하여 힐버트와 베르나이스의 차이가 가장 두드러지게 부각되는 쟁점은 공리적 방법의 제일성 문제임에 틀림없다. 힐버트가 평생토록 공리적 방법의 제일성을 의심하지 않은 반면, 최소한 후기 베르나이스는 이에 대

해 지극히 회의적이었던 것으로 여겨지기 때문이다. 따라서 자연스레 중전기에서 중후기를 거쳐 후기에 이르는 동안 베르나이스가 공리적 방법의 제일성 문제에 관하여 어떤 입장의 변천을 겪었는지 그 추이를 살피는 일이 중요해진다.

3.2.1. 중전기 베르나이스

Bernays (1922a)는 소위 암묵적 정의에 의해 기하학에서 순수하게 수학적인 부분, 즉 수학적 구조가 사실적 진리의 문제는 차치하고 논리적 관계에만 집중하여 연구된다는 점을 지적하고 나서 공리적 방법의 제일성을 논의한다.

힐버트의 『기하학의 기초』 안에 제시된 공리적 방법에 대한 이런 종류의 해석은 기하학에만 한정되지 않고 다른 학문분야들에 직접적으로 적용 가능하다는 특징의 이점을 제공했다. 처음부터 힐버트는 최대로 다양한 영역들에 그것을 적용하는 데 있어서 공리적 방법의 제일성이라는 관점을 마음에 그렸고, 이 관점에 의해 인도되어, 그는 이 방법을 가능한 한 널리 구사하려 애썼다. 특히 그는 초보적 방사(radiation) 이론뿐만 아니라 동역학적 가스 이론을 엄밀한 방식으로 공리적으로 근거지우는 데 성공했다. [Bernays (1922a), p. 193]¹⁸⁾

그리고 나서 베르나이스는 즉각 힐버트의 취리히 강연 (Hilbert (1918))을 거론한다. 여기서 힐버트가 공리론적 연구의 방법론적 지도 원리들의 요약과 얻어진 결과들의 조감도를 제시했다는 것이다. 베르나이스는 한 마디로 이 강연이 공리적 방법을 “과학적 사유의 일반적 절차”로 규정했다고 본다. 가능한 오해를 피하기 위해 서인 듯, 베르나이스는 “옛 공리론”이라는 흥미로운 표현을 써가면

18) 베르나이스의 저작 중 Bernays (1922b), “Zur mathematischen Grundlegung der kinetischen Gastheorie”, *Mathematische Annalen*, 85, pp. 242-255가 있다는 점은 흥미롭다.

서, 힐버트의 공리론의 새로운 점을 다시 한번 적시한다. 옛 공리론과 달리 힐버트의 공리론은 공리들의 인식론적 성격들을 무시하고 개념들 전체를 오직 그것의 내적 구조 안에서만 고찰한다. 그 결과, 이론은 공리론적 연구라 불리는, 순수한 수학적 연구의 대상이 되고, 여기서 공리체계들의 일관성과 독립성을 증명하는 문제들이 제기된다.

그리고 베르나이스는 마침내 Hilbert (1918)의 핵심 쟁점 중 하나인 “토대 심화의 가능성”을 논의한다.

덧붙여, “토대의 심화”의 가능성들을 연구하는, 즉 이론의 주어진 가설들이 고찰 중인 개념들의 “더 깊은 공리들의 층”을 구성할 더 근본적인 성격의 명제들로 환원될 수 없는지를 검토하는 과제가 남아있다. [Bernays (1922a), p. 193]

베르나이스는 이런 종류의 연구가 확실히 수학적 성격을 지니고, 이론적 취급이 적당한 어떤 지식의 영역에도 적용될 수 있으며, 지식을 명료하게 하고 체계적으로 조감하는 데에서 최고의 가치를 지닌다고 주장한다. 이는 중전기 베르나이스가 중기 힐버트의 “토대의 심화”라는 이념을 기쁘게 받아들였음을 의미한다. 이 이념은 학문의 왕국 내에서 수학이 지니는 지위와 역할에 대한 힐버트의 야심적 구상을 상징하는 것이고, 이 구상을 가능하게 해주는 기반이 공리적 방법이므로, 베르나이스는 이 이념을 수용하는 한에서 공리적 방법에 대한 힐버트의 애착, 기대, 신념 또한 공유했다고 할 수 있겠다. 실제로 베르나이스는 공리적 방법의 보편적 적용 가능성을 지니는 데 따라 “수학적 사유가 공리론의 이념을 통해 과학적 인지[Erkennen]를 위한 보편적 중요성을 획득한다”고 기술했다. 또한 그는 나아가서

이러한 공리적 사유의 포괄적 발전[Ausgestaltung]에 의해 문제들

의 수학적 정식화를 위한 충분히 광범한 맥락이 실제로 획득되었고, 수학의 인식론적 생산성이 분명해졌다

라고까지 했다. [Bernays (1922a), p. 194]

3.2.2. 후기 베르나이스

이제 Bernays (1967)을 바탕으로 후기 베르나이스가 공리적 방법의 제일성에 대해 어떤 견해를 보였는지를 살펴보도록 하자. 앞서 논의한 공리적 방법의 발전 단계에 비춰볼 때, 그리고 Bernays (1922a)에서 개진된 견해로 볼 때, 토대의 심화라는 이념은 공리적 방법을 전제로 하고 추구되는 것으로 여겨진다. 다시 말해서, 토대의 심화는 실질적(내용적) 공리론을 넘어 정의적(기술적) 공리론이 나온 이후에야 성립되는 이념으로 여겨진다. 그런데 놀랍게도 후기 베르나이스는 토대의 심화라는 이념이 오히려 실질적 공리론에서 정의적 공리론으로의 이행 단계에서 작용한 것으로 파악한다.

베르나이스는 우선 이론적 과학, 특히 물리학에서 일어나는 중요한 사건들이 한 가지 공리론적 특색을 지닌다는 점을 지적한다. 그가 여기서 거론하는 것은 어떤 학문 분야가 또 다른 학문 분야로 구체화되거나 두 학문 분야가 하나로 수축되는 경우이고, 이것들을 그는 “환원”이라 부른다. 그에 따르면, 이 환원들은 부분적으로 실험적 결과들에 의해 동기를 부여받고 정당화되어야 하기 때문에 단적으로 공리론만 관여한다고 할 수 없다. 그럼에도 불구하고 그는 그런 환원들을 힐버트가 “토대의 심화”라고 부른 것과 같은 종류의 공리론적 연구의 측면에서 고찰할 수 있다고 본다. 그리고 그는

토대의 심화에서 사용되는 방법들이 내용적 공리론과 다른 종류의 공리론을 야기했고, 그것을 우리는 정의적 또는 기술적 공리론이라 부름직한데, 거기에는 공리들에 의해 기술되는 구조적 개

념의 귀결들을 전개하는 추상적 학문 분야들이 속한다

고 주장한다. [Bernays (1967), p. 190]

이 시점에서 우리는 Bernays (1967)의 모두(冒頭)에서 베르나이스가 “공리론을 추천할 필요보다는 그것을 과대평가하는 데 대해 경고할 필요가 있다”는 다소 충격적인 발언으로 논의를 시작했다는 점을 상기할 필요가 있다. 도대체 공리론을 과대평가함으로써 경고를 받아야만 할 사람들은 누구였을까? 이에 대해서는 선부른 추측을 할 필요가 없는데, 왜냐하면 베르나이스 자신이 즉각적으로 그가 염두에 둔 인물들을 다음과 같이 지목하기 때문이다.

실제로, 오늘날 과학이 오직 공리론과 더불어서만 시작한다고 보는 수학자들이 있고, 또한 공리화를 과학적 언어들의 구성에 속하는 것으로 간주하는 수학적인 정신을 지닌 철학자들, 특히 카르납 학파의 철학자들이 있다. [Bernays (1967), p. 188]

여기서 베르나이스가 염두에 둔 수학자들과 철학자들이 누구인지의 향후 사가들이 해명해야 할 숙제일 것이다. 그러나 그에 앞서 우리는 왜 베르나이스가 카르납을 표적삼아 맹공을 퍼부었는지부터 캐물어야 할 것이다.

4. 베르나이스의 카르납 비판

최근 파슨즈는 향후 한 동안 베르나이스의 사상 연구에서 출발점의 역할을 할 것이 틀림없는 논문에서 1945년 이후 후기 베르나이스의 철학적 견해를 비판적으로 검토하였다. [Parsons (2006)] 이 논문에서 파슨즈는 반토대주의, 선형적 지식 부정, 그리고 구조주의 등을 후기 베르나이스 철학의 특징적 면모로 보고, 이 주제들을 집중적으로 논의하였다. 그 결과 그는 방대한 양에 비해 성취한 바

가 대단치 않다는 데 대해 상당한 실망감을 표출했다. [Parsons (2006), p. 148]¹⁹⁾ 필자가 보기에, 파슨즈가 주목한 주제들은 모두 철학적으로 중요한 문제들일 뿐만 아니라 오늘날의 첨단 연구에 시사하는 바가 심중한 시의성까지 지니고 있다. 그러나 문제는 이 주제들에 초점을 맞출 경우, 힐버트와 베르나이스 사이의 차이점이 생각만큼 잘 드러나지 않는다는 데 있다.²⁰⁾ 그리고 필자는 파슨즈가 베르나이스의 독창성을 인지하기 위해 꼭 다뤘어야 할 주제, 즉 공리적 방법, 특히 공리적 방법의 제일성 문제를 논의하지 않음으로써 그런 잘못된 인상을 갖게 되었다고 믿는다.

이러한 관점은 앞 절에서 제기한 “왜 베르나이스가 공리적 방법을 과대평가하고, 공리화를 과학적 언어들의 구성에 속하는 것으로 간주하는 대표적인 인물로 카르납을 지목했는가?”라는 문제에 대해서도 납득할 만한 해결책을 제공한다. 무엇보다도 카르납이 공리적 방법의 제일성을 신봉했다는 점과 공리화를 과학적 언어의 구성에

19) 아울러 파슨즈는 베르나이스의 에세이 식 논술 방식과 체계적 접근의 결여에 대해 불평한다. 또한 베르나이스가 상이한 견해들을 논의하는 데 있어서 보이는 분별력과 밀접한 교류 관계를 가졌던 이들에 대한 충성심 등이 그의 입장을 거의 절충주의에 가깝게 만든다고 본다. Parsons (2006), p. 148.

20) 우선 파슨즈는 힐버트의 수학기초론 연구가 최소한 간접적으로나마 그를 토대로자로 만든다고 가정하고서 베르나이스의 반토대론적 입장을 논의하는 것으로 여겨진다. 그러나 최근 프랭크스의 연구는 힐버트 자신에게서 반토대론적 요소들이 현저하다는 점을 설득력 있게 보여준다. [Franks (2009), pp. 32-40 참고] 선험적 지식 비판의 문제는 힐버트 학파 내부에서 오랫동안 심층적으로 논의된 문제이고, 생각보다 훨씬 더 복잡한 양상을 보인다. 그러나 넬슨의 힐버트 비판과 베르나이스의 그에 대한 반박을 염두에 둘 때, 이 문제를 통해 힐버트와 베르나이스를 대조하는 데 상당한 난관이 도사리고 있다는 데는 의심의 여지가 없다. [Bernays (1928), 참고] 구조주의의 경우는 더 말할 나위 없이 베르나이스 뿐만 아니라 힐버트와 대단한 친화성을 보이고, 실제로 현대의 다수의 수학적 구조주의자들이 그들의 아이디어를 힐버트에게까지 소급하고 있다. 따라서 여기서도 힐버트와 베르나이스의 차이를 부각시키기는 어렵다.

속하는 것으로 보았다는 점 양자 모두 카르납이 『언어의 논리적 구문론』 이후 표방한 입장과 일치하는 것으로 보이기 때문이다. 그러나 즉각적으로 이런 의문점이 제기될 것이다.

[Q]: 어떻게 힐버트의 공동연구자 베르나이스가 힐버트의 등록상 표 적인 공리적 방법의 제일성을 주장한다는 이유로 카르납을 공격한단 말인가?

이 물음은 (1) 카르납은 수학기초론에서의 논리주의, 형식주의, 그리고 직관주의의 대립 구도 속에서 논리주의의 전통을 이어간 대표적 인물이 아닌가? (2) 앞에서 살펴보았듯 공리적 방법의 제일성은 힐버트의 신념이 아니었던가? (3) 그리고 베르나이스는 힐버트의 공동연구자로서 형식주의의 맹장아닌가? 라는 몇 가지 작은 물음들을 한 데 합친 것이라 볼 수 있을 것이다.

의문 (1)에 대해서는 Schilpp (1963)에 수록된 베스의 논문 [Beth (1963)]과 카르납의 답변 [Carnap (1963)]에 의해 얼추 답변이 가능할 것이다. 베스는 카르납의 『논리적 구문론』을 논리주의와 형식주의의 융합 프로그램으로 시도된 것이라 본다. 그러나 그는 “『논리적 구문론』이 논리학과 형식주의의 융합 또는 형식주의의 논리주의 안으로의 편입(incorporation)이라기보다 차라리 논리주의의 형식주의에의 항복을 주장하는 것으로 보인다”고 공격한다. [Beth (1963), pp. 475-476] 이에 대해 카르납은 Beth (1963)의 논평들이 아주 흥미롭고, 일반적으로 그것들에 동의한다고 밝히고 나서 다음과 같이 시사적인 답변을 제시한다.

그러나 형식주의와 형식주의적 방법을 분명하게 구별하는 것이 현명해 보인다. *형식주의적 방법*, 또는 내 용어법에 따라 구문론적 방법은 오직 기호들과 표현들 안에서의 그것들의 발생의 순서만을 참조함으로써, 따라서 의미를 참조하지 않으면서 한 언어 L을 그것의 연역 규칙들과 더불어 기술하는 것으로 이루어진다.

언어 L의 구성에 있어서의 형식주의적 방법의 적용은 그것 자체로는 L에 대한 해석의 추가를 배제하지 않지만, 만일 그렇게 할 경우 이 해석은 L의 구문론적 규칙들 안으로 들어오지 않는다. 힐버트와 그의 추종자들에 의해 대표되는 수학의 본성에 관한 개념이라는 의미에서의 형식주의는 형식주의적 방법을 적용하지는 제안, 그리고 더 본질적으로 형식주의 주장, 즉 (고전) 수학의 해석을 제공하는 것이 불가능하므로 이것이 적합한 수학 체계를 구성하는 가능한 유일한 방법이라는 것 양자 모두로 이루어진다. 이 주장에서 논리주의 주장, 즉 수학의 모든 용어는 논리학에 의해 해석될 수 있다는 것은 물리쳐진다. 나는 형식주의적 방법을 받아들이고, 그것을 더 광범한 영역에서 전개했지만, 형식주의의 주장을 받아들이지 않으며 그 대신 논리주의의 주장을 유지했다. [Carnap (1963), p. 928]

Bohnert (1975) 역시 방금 인용한 카르납의 진술과 일치하는 내용을 보고하고 있다.

한편 의문 (2)와 의문 (3)에 대해서는 우리의 앞서의 논의를 원용하여 어렵지 않게 긴장을 해소할 수 있다. 후기 베르나이스는 자신의 이전 입장과 달리 공리적 방법의 제일성에 관하여 상당히 회의적이 된 것으로 보인다. 그리고 그는 공리적 방법의 발전 단계에 대하여 이전보다 훨씬 체계적이고 치밀한 견해를 지니고서 공리적 방법의 역사 안에서의 힐버트의 위치를 가늠하고 있다.

그렇다면, 이제 우리는 [Q]: *어떻게 힐버트의 공동연구자 베르나이스가 힐버트의 등록상표 격인 공리적 방법의 제일성을 주장한다는 이유로 카르납을 공격한단 말인가?*에 대해 만족할 만한 답을 얻은 것일까? 아마도 그렇지 못할 것이다. 따라서 Bernays (1961)이 이러한 의문에 대해 다소나마 더 해결의 실마리를 제공하는지 살펴볼 필요가 있다. 예컨대, 베르나이스는 이렇게 쓰고 있다.

『논리적 구문론』의 일반적 경향은 힐버트의 증명이론의 접근법의 확장이라 말할 수 있다. 힐버트에게서 형식화의 방법은 오직 수학에만 적용된다. 그러나 그의 강연록 “공리적 사고”에서 힐버트

는 또한 이렇게 말했다. “과학적 사유의 대상이 될 수 있는 것은 모두 공리적 방법 아래 포섭되고, 그것이 이론으로 형성될 만큼 성숙했다면, 그에 따라 간접적으로 수학 아래 포섭된다.” 카르납은 『논리적 구문론』에서 과학 전체를 형식화를 통해 하나의 수학적 대상이 되는 공리적 연역체계로 고찰함으로써 이 방향으로 한 걸음 더 나아간다. 과학의 언어의 구문론은 이 대상을 지향하는 메타수학이다. [Bernays (1961), p. 186; 베르나이스 프로젝트의 미출판 영역본, p. 2]

일견 명쾌해 보이기도 하지만, 이 단락은 실상 상당히 많은 문제점을 내포하고 있다. 베르나이스는 여기서 마치 힐버트가 공리적 방법을 순수수학에 고유한 것으로 여긴 반면 카르납은 부당하게 공리적 방법을 과학 전체로 확장했다고 비판하는 것으로 보인다. 그러나 이런 해석은 인용문 자체에 의해 반박될 것이다. “공리적 사고”에서의 힐버트의 입장과 카르납의 입장의 차이가 전혀 없는 것으로 여겨지기 때문이다. 물론 베르나이스는 자신이 “힐버트에게서 형식화의 방법은 오직 수학에만 적용된다”고 했지 “힐버트에게서 공리적 방법은 오직 수학에만 적용된다”고 하지는 않았다고 교묘하게 비켜갈 수도 있을 것이다. 그러나 그럴 경우, 그는 아무런 논의 없이 훗날 Bernays (1967)에서 공리적 방법의 발전 단계 내에서 최종적 단계로서의 형식화된 공리론에 관한 논의에서 좀 더 명료하게 제시한 내용을 밀수해 들이는 격이 될 것이다. 그렇다면, 이 인용문을 해석하는 또 다른 방법으로, 베르나이스가 외관상 힐버트를 겨냥하지 않은 것처럼 만들고는 있지만, 실제로는 내심 힐버트와 카르납을 한 데 묶어 공격하고 싶었다고 보면 안 될까?²¹⁾

21) 익명의 심사자들은 공통적으로 필자의 이 추측의 근거를 추궁하고 싶어 한다. 한 분은 필자가 본 논문 전체를 통해 역설했음에도 불구하고 후기 힐버트와 중기 베르나이스를 구별해야 할 필요성을 입증하는 데 실패했다고 비판한다. 다른 한 분은 필자의 추측이 어떤 “문헌적 근거, 다른 학자의 해석 등의 기타 근거”에 의존하는지를 제시할 것을 권유한다. 짐작컨대 후자는 필자의 추측에 상당한 매력을 느끼시는 것 같다. 그렇다면, 전자의 비판은

5. 맺음말

이 글에서 필자는 힐버트가 자신의 공리적 방법에 대해 대단한 자부심을 지녔었다는 점을 전거를 제시해가며 부각시키면서, 힐버트의 공리적 방법이 공리적 방법의 역사 전체 안에서 어떤 위치를 지니는지에 관한 베르나이스의 견해를 정리해보고자 했다. 중기 베르나이스와 후기 베르나이스가 이 문제에 관하여 상당히 다른 입장을 취하는 것으로 보인다는 점에 착안하여, 중전기 베르나이스의 견해와 후기 베르나이스의 견해를 대조해 보였고, 그런 논의의 결과 공리적 방법에 관하여 가장 뚜렷하게 부각되는 힐버트와 베르나이스의 견해의 차이가 공리적 방법의 제일성의 문제에서 찾아진다는 점을 지적했다. 동일선상에서 1950년대 중반 이후 과학철학에서의 카르납의 프로젝트²²⁾가 공리적 방법의 제일성에 대한 힐버트의 신념을 계승하려는 것으로 보고, 후기 베르나이스의 카르납 비판에 대한 예비적 논의를 폈다. 이 글은 중후기에 베르나이스의 견해가 어떤 과정을 통해 공리적 방법에 관하여 언급한 바와 같은

재고될 필요가 있지 않을까? 머지않은 장래에 필자의 추측의 근거를 딸 기회가 있으리라 믿으면서, 그리고 그 추측이 “필자의 추측”이라는 점에 자부심을 느끼면서, 추측의 근거를 대고 싶은 강한 유혹을 뿌리친다. 심사자들은 또한 거의 공통적으로 “공리적 방법의 제일성”이라든가 “공리적 방법의 발전 단계” 등의 논의가 분명하지 않다고 불평한다. 무책임해 보이겠지만, 그런 불평은 어쩌면 필자가 아니라 베르나이스에게 해야 할지 모른다. 이 분들 중 누군가가 훗날 베르나이스를 철저히 연구하여 그 문제들에 대한 논의를 명료하게 해주기를 기대한다.

- ²²⁾ Carnap (1956), (1958/1975), (1959/2000)이 이 프로젝트의 대표적 예라 할 수 있고, 이는 Carnap (1966/1974)에서 충분히 자세하게 개진되었다. Carnap (1961)은 힐버트와 카르납 사이의 관계를 이해하는 데 있어서 대단히 중요한 논문으로 보인다. Friedman (1992)는 카르납의 후기 과학철학 프로젝트가 이미 Carnap (1934), (1939)에서 그 싹을 틔운 것으로 본다. 후기 카르납이 험펠의 자극을 받아 램지 문장의 아이디어를 확장해간 데 대해서는 Friedman (2008), (2011)을 참조할 것.

변화를 가져오게 되었는지는 탐색하지 못했다. 아울러 이 글은 후기 베르나이스 철학의 여러 가지 뚜렷한 특징들이 공리적 방법에 관한 힐버트와 베르나이스의 견해의 차이와 어떤 상관관계에 있는지도 전혀 명쾌하게 드러내지 못했다. 유감스러운 일이지만, 이 난제들은 다음 기회를 기약하는 수밖에 없다.

결론에 대신하여 앞 절에서 도입한 사변을 이제 다음과 같은 좀더 방만한 사변으로 확대해보자. 베르나이스는 카르납의 작업을 힐버트의 입장에 대한 왜곡으로 본 것인가? 혹시 베르나이스 자신이 힐버트의 입장을 왜곡한 것은 아닌가? 만일 그렇다면, 의도적인 왜곡인가, 그렇지 않으면 단순한 오해인가? 카르납의 작업을 힐버트의 입장에 대한 왜곡으로 본 것이 아니라면, 카르납에 대한 비판적 성찰이 베르나이스에게 힐버트와 자신의 입장의 차이를 더욱 첨예하게 드러내는 계기를 제공했는가? 그리고 나아가서 이러한 지극히 방만한 사변은 수학사와 논리학사에서의 상식 자체에 대한 의구심을 개선하지 않을 수 없게 만든다. 1920년대 힐버트와 베르나이스의 공동작업에 의해 탄생한 소위 힐버트 프로그램은 어느 정도까지 힐버트의 입장을 대변하는가? 1920년 이전 힐버트의 입장, 특히 토대의 심화에 관한 힐버트의 신념, 그리고 공리적 방법이란 이름 아래 힐버트 스스로 자신의 핵심적 공헌으로 간주된 바는 어느 정도까지 소위 힐버트 프로그램과 연결되는가? 힐버트 프로그램은 혹시 실질적으로 베르나이스 프로그램이 아닌가? 만일 그렇다면, 카르납의 작업은 (힐버트 프로그램 또는 베르나이스 프로그램은 받아들이지 않고) 힐버트의 공리적 방법에 관한 견해는 이어가려는 작업으로 볼 수 있지 않은가? 카르납에 대한 베르나이스의 비판은 바로 그런 카르납의 시도에 대한 반발로 이해할 수는 없는가? 바일도, 폰 노이만도, 괴델도, 그리고 베르나이스도 아니라면, 과연 힐버트의 진짜 후계자는 누구인가? 힐버트 스스로 그토록 “공리적

방법”을 자신의 것으로 애지중지했다면, 양자를 들어서라도 그 명가의 혼을 이어가야 하지 않는가?²³⁾

23) 이런 관점에서 카르납에 대한 베르나이스의 비판은 힐버트의 적통을 이어가는 데 있어서의 갈등으로 볼 수도 있고, 카르납을 통해 힐버트에게까지 비판을 확장함으로써 베르나이스 자신의 입장을 힐버트의 입장에서부터 차별화하려는 시도로 볼 수도 있을 것이다. 상당수의 독자는 이미 필자의 논의가 선을 넘어 지나치게 과학사회학적 관심으로 이동했다고 질타할지 모르겠다. 그러나, 만일 그렇다면, 그는 이미 우리가 그동안 과학사회학자인 동료들의 도움을 지나치게 무시했는지도 모른다는 필자의 소감에도 공감하리라고 믿는다.

참고문헌

- 리드 (2005), 『힐베르트』, 이일해 옮김, 사이언스북스.
- 박우석 (2008), “제르멜로와 공리적 방법”, 『논리연구』 11-2, pp. 1-57.
- 전영삼 (2008), “공간론에서 힐베르트와 카르납”, 『과학철학』 11, pp. 1-34.
- 최원배 (2007), “흠의 원리와 암묵적 정의”, 『논리연구』 10.2, pp. 23-46.
- 최원배 (2009), “존재와 일관성을 둘러싼 프레게/힐버트 논쟁”, 『철학』 99, pp. 127-148.
- Bar-Hillel, Y. et al. (eds.) (1966), *Essays on the Foundations of Mathematics*, dedicated to A. A. Fraenkel on his Seventieth Anniversary, Jerusalem: The Magnes Press, The Hebrew University.
- Bernays, Paul (1913), “Über die Bedenklichkeiten der neueren Relativitätstheorie”, *Abhandlungen der Fries'schen Schule*, IV(3), pp. 459-482.²⁴⁾
- Bernays, Paul (1922a), “Die Bedeutung Hilberts für die Philosophie der Mathematik”, *Die Naturwissenschaften* 10, pp. 93-99; English translation in Mancosu (1998a, pp. 189-197).
- Bernays, Paul (1922b), “Zur mathematischen Grundlegung der kinetischen Gastheorie”, *Mathematische Annalen*, 85, pp. 242-255.

²⁴⁾ Corry (2004), p. 469에는 같은 제목의 저술이 같은 해에 괴팅겐에서 Vandenhoeck & Ruprecht 출판사에 의해 출판된 것으로 되어 있다.

- Bernays, Paul (1928), “Über Nelsons Stellungnahme in der Philosophie der Mathematik”, *Die Naturwissenschaften*, 16: pp. 142-45; “On Nelson's Position in the Philosophy of Mathematics”, Bernays Project: Text No. 7.
- Bernays, Paul (1930), “Die Philosophie der Mathematik und die Hilbertsche Beweistheorie”, *Blätter für deutsche Philosophie*, 4: pp. 326-367. Reprinted in Bernays (1976, pp. 17-61). English translation in Mancosu (1998a, pp. 234-265).
- Bernays, Paul (1942), “Review of Max Steck, 'Ein unbekannter Brief von Gottlob Grege über Hilberts erste Vorlesung über die Grundlagen der Geometrie’”, *Journal of Symbolic Logic*, 7.2, pp. 92-93.
- Bernays, Paul (1961), “Zur Rolloe der Sprache in erkenntnistheoretischer Hisicht”, *Synthese*, 13, pp. 185-200; “On the Role of Language from an Epistemological Point of View”, Bernays Project: Text No. 25.
- Bernays, Paul (1967), “Scope and Limits of Axiomatics”, M. Bunge ed., *Lecture at the Delaware Seminar in the Foundations of Physics*, Berlin, Heidelberg, New York: Springer Verlag, pp. 188-191.
- Bernays, Paul (1976), *Abhandlungen zur Philosophie der Mathematik*, Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft.
- Bernays, Paul (201?), *Selected Essays in the Philosophy of Mathematics*, W. Sieg et al. (eds.), Chicago and La Salle, Ill.: Open Court, forthcoming. [Bernays Project]
- Beth, E. (1963), “Carnap's Views on the Advantages of

- Constructed Systems Over Natural Languages in Analytic Philosophy”, Schilpp (ed.), (1963), pp. 469-502.
- Bohnert, H. G. (1975), “Carnap's Logicism”, in Hintikka, (ed.), (1975), pp. 183-216.
- Carnap, R. (1934/1937), *The Logical Syntax of Language*, London: Kegan Paul.
- Carnap, R. (1956), “The Methodological Character of Theoretical Concepts”, in H. Feigl and M. Scriven (eds.), *Minnesota Studies in the Philosophy of Science, Vol. I: The Foundations of Science and the Concepts of Psychology and Psychoanalysis*, Minneapolis: University of Minnesota Press, pp. 38-76.
- Carnap, R. (1958/1975), “Observational Language and Theoretical Language”, in Hintikka (ed.), (1975), pp. 75-85, translated by H. G. Bohnert from *Dialectica* 12 (1958), pp. 236-248.
- Carnap, R. (1959/2000), “Theoretical Concepts in Science” in Psillos (2000), pp. 158-172.
- Carnap, R. (1961), “On the Use of Hilbert's ϵ -operator in Scientific Theories”, in Y. Bar-Hillel, et al. (eds.), *Essays on the Foundations of Mathematics*, Jerusalem: The Magnus Press, pp. 156-164.
- Carnap, R. (1963), “Replies and Systematic Expositions”, in Schilpp, (1963), pp. 859-1013.
- Carnap, R. (1966/1974), *An Introduction to the Philosophy of Science*, New York: Basic Books.
- Carson, Emily and Renate Huber (eds.) (2006), *Intuition and the*

- Axiomatic Method*, Dordrecht: Kluwer.
- Corry, L. (2004), *David Hilbert and the Axiomatization of Physics (1898-1918)*, Dordrecht: Kluwer.
- Ewald, William Bragg (ed.) (1996), *From Kant to Hilbert. A Source Book in the Foundations of Mathematics*, vol. 2, Oxford: Oxford University Press.
- Feferman, S. (2008), “Lieber Herr Bernays!, Lieber Herr Gödel! Gödel on Finitism, Constructivity, and Hilbert's Program”, *Dialectica*, 62.2, pp. 179-203.
- Franchella, M. (2005), “Paul Bernays' Philosophical Way”, *Grazer philosophische Studien*, 70, pp. 47-66.
- Franks, C. (2009), *The Autonomy of Mathematical Knowledge: Hilbert's Program Revisited*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Friedman, M. (1992), “Carnap and A Priori Truth”, in D. Bell and W. Vossenkuhl (Eds.), (1992), pp. 47-60.
- Friedman, M. (1994), “Geometry, Convention, and the Relativized A Priori”, in Salmon and Wolters (Eds.), (1994), pp. 21-34; Reprinted in Friedman (1999), Ch. 3, pp. 59-70.
- Friedman, M. (1999), *Reconsidering Logical Positivism*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Friedman, M. (2001), *Dynamics of Reason*, Stanford, California: CSLI Publications.
- Friedman, M. (2002), “Geometry as a Branch of Physics: Background and Context for Einstein's ‘Geometry and Experience’”, in David B. Malament (ed.), (2002), pp. 193-229.

- Friedman, M. (2008), *Wissenschaftslogik: the role of logic in the philosophy of science*, *Synthese*, 164, pp. 385-400.
- Friedman, M. (2011), “Carnap on Theoretical Terms: Structuralism without Metaphysics”, *Synthese*, 180, pp. 249-263.
- Friedman, M. and Creath, R. (Eds.) (2007), *The Cambridge Companion to Carnap*, Cambridge: Cambridge University Press.
- George, A. (ed.) (1994), *Mathematics and Mind*, New York: Oxford University Press.
- Giere, R. N. and Richardson, A. W. (Eds.) (1996), *Origins of Logical Empiricism*, Minnesota Studies in the Philosophy of Science, Vol. XVI, Minneapolis: University of Minnesota Press.
- Gödel, K. (1986-2003), *Collected Works, Vol. 1-5*, (S. Feferman, et al., editors), New York: Oxford University Press.
- Hahn, H. (1987), “Logic, Mathematics, and Knowledge of Nature”, in B. McGuinness (1987), pp. 24-45.
- Hallett, Michael (1995), “Hilbert and Logic”, *Quebec Studies in the Philosophy of Science I*, M. Marion and R. S. Cohen (eds.), Dordrecht: Kluwer, pp. 135-187.
- Hallett, Michael (1994), “Hilbert's Axiomatic Method and the Laws of Thought”, George (ed.), (1994), pp. 158-200.
- Heidelberger, M. and Stadler, F. (Eds.) (2002), *History of Philosophy and Science*, Boston: Kluwer.
- Heinzmann, G. et al. (Eds.) (1996), *Henry Poincare: Science and Philosophy*, Berlin: Akademie Verlag.
- Hendricks, V. F. et al. (Eds.) (1996), *Interactions: Mathematics*,

- Physics and Philosophy, 1860-1930*, Dordrecht: Springer.
- Hendricks, V. F. et al. (Eds.) (2000), *Proof Theory*, Dordrecht: Kluwer.
- Hilbert, David (1899/1990), *Grundlagen der Geometrie*, Teubner, Leipzig; English Translation of the Tenth German edition, *Foundations of Geometry*, LaSalle: Open Court.
- Hilbert, David (1900), “Ueber den Zahlbegriff”, *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, 8, 180-84. English translation in Ewald (1996), pp. 1089-1096.
- Hilbert, David (1905), “Ueber die Grundlagen der Logik und der Arithmetik”, in *Verhandlungen des dritten Internationalen Mathematiker-Kongresses in Heidelberg vom 8. bis 13. August 1904*, A. Krazer, ed., Leipzig: Teubner, 174-85. English translation in van Heijenoort (1967), pp. 129-38.
- Hilbert, David (1918), “Axiomatisches Denken”, *Mathematische Annalen*, 78: 405-15. Lecture given at the Swiss Society of Mathematicians, 11 September 1917. English translation in Ewald (1996), pp. 1105-1115.
- Hilbert, David (1930), “Naturerkennen und Logik”, *Die Naturwissenschaften*, 18, 959-963. English translation in Ewald (1996), pp. 1157-1165.
- Hilbert, David (1935), *Gesammelte Abhandlungen*, vol. 3, Berlin: Springer.
- Hilbert, David and Bernays, Paul (1934), *Grundlagen der Mathematik*, vol. 1, Berlin: Springer.
- Hilbert, David and Bernays, Paul (1939), *Grundlagen der Mathematik*, vol. 2, Berlin: Springer.

- Hintikka, J. (ed.) (1975), *Rudolf Carnap, Logical Empiricist*, Dordrecht: Reidel.
- Hoffmann, M. H. G. et al. (eds.) (2005), *Activity and Sign — Grounding Mathematics Education*, Boston: Springer.
- Jahnke, H. N. (2005), “Hilbert, Weyl, and the Philosophy of Mathematics”, M. H. G. Hoffmann et al. (eds.), pp. 215-228.
- Logica Studia Paul Bernays Dedicata* (1959), Editions du Griffon, Neuchatel, Suisse.
- Majer, U. (2001), “The Axiomatic Method and the Foundations of Science: Historical Roots of Mathematical Physics in Göttingen (1900-1930)”, Redei and Stöltzner (2001), pp. 11-33.
- Majer, U. (2002), “Hilbert's Program to Axiomatize Physics (in Analogy to Geometry) and its Impact on Schlick, Carnap and Other Members of the Vienna Circle”, in Heidelberger and F. Stadler (2002), pp. 213-224.
- Majer, U. (2006), “Hilbert's Axiomatic Approach to the Foundations of Science — a Failed Research Program?”, Hendricks (2006), pp. 155-184.
- Malament, D. B. (Ed.) (2002), *Reading Natural Philosophy: Essays in the History and Philosophy of Science and Mathematics*. Chicago: Open Court.
- Mancosu, Paolo (ed.) (1998a), *From Brouwer to Hilbert. The Debate on the Foundations of Mathematics in the 1920s*, Oxford: Oxford University Press.
- Mancosu, Paolo (1998b), “Hilbert and Bernays on

- Metamathematics”, in Mancosu, (1998a), pp. 149-188.
- Müller, G. H., (1976), *Sets and Classes: On the Work by Paul Bernays*, Amsterdam: North-Holland Publishing Company.
- Park, W. (2011), “Friedman on Implicit Definition: In Search of the Hilbertian Tradition in Philosophy of Science”, *Erkenntnis*, DOI 10.1007/s10670-011-9297-8, forthcoming.
- Parsons, C., (2006), “Paul Bernays' Later Philosophy of Mathematics”, *Logic Colloquium 2005*, ed. C. Dimitracopoulos et. al. Lecture Notes in Logic 28, Associations for Symbolic Logic, Cambridge: Cambridge University Press.
- Psillos, S. (1999), *Scientific Realism: How Science Tracks Truth*, London and New York: Routledge.
- Psillos, S. (ed.) (2000), “Rudolf Carnap's ‘Theoretical Concepts in Science’”, *Studies in History and Philosophy of Science*, 31, pp. 151-172.
- Redei, M. and Stöltzner, M. (eds.) (2001), *John von Neumann and the Foundations of Quantum Physics*, Boston: Kluwer.
- Reichenbach, H. (1920/1965), *The Theory of Relativity and A Priori Knowledge*. Translated by M. Reichenbach. Los Angeles: University of California Press.
- Salmon, W. and Wolters, G. (eds.) (1994), *Logic, Language, and the Structure of Scientific Theories*, Pittsburgh: University of Pittsburgh Press.
- Schlick, M. (1918/1985), *General Theory of Knowledge*, translated by A. Blumberg, La Salle: Open Court.
- Schilpp, P. A., (ed.) (1963), *The Philosophy of Rudolf Carnap*,

La Salle: Open Court.

Specker, E. (1979), “Paul Bernays”, *Logic Colloquium 78*, M. Boffa et al. (eds.), Amsterdam: North-Holland Publishing Company.

Stöltzner, M. (2002), “How Metaphysical Is Deepening the Foundations? Hahn and Frank on Hilbert's Axiomatic Method”, Heidelberger and Stadler (eds.), (2002), pp. 245-262.

Stöltzner, M. (2003), “The Principle of Least Action as the Logical Empiricist's *Shibboleth*”, *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, 34, pp. 285-318.

Weyl, H. (1985), “Axiomatic versus Constructive Procedures in Mathematics”, (edited by T. Tonietti), *The Mathematical Intelligencer*, 7.4, pp. 10-17 and 38.

Zach, R. (1999), “Completeness before Post: Bernays, Hilbert, and the Development of Propositional Logic”, *The Bulletin of Symbolic Logic*, 5.3, pp. 331-366.

한국과학기술원 인문사회과학과 교수

Department of Humanities and Social Sciences, KAIST

Email: woosukpark@kaist.ac.kr

Bernays and the Axiomatic Method

Woosuk Park

Bernays has not drawn scholarly attention that he deserves. Only quite recently, the reevaluation of his philosophy, including the projects of editing, translating, and reissuing his writings, has just started. As a part of this renaissance of Bernays studies, this article tries to distinguish carefully between Hilbert's and Bernays' views regarding the axiomatic method. We shall highlight the fact that Hilbert was so proud of his own axiomatic method on textual evidence. Bernays' estimation of the place of Hilbert's achievements in the history of the axiomatic method will be scrutinized. Encouraged by the fact that there are big differences between the early middle Bernays and the later Bernays in this matter, we shall contrast them vividly. The most salient difference between Hilbert and Bernays will shown to be found in the problem of the uniformity of the axiomatic method. In the same vein, we will discuss the later Bernays' criticism of Carnap, for Carnap's project of philosophy of science in the late 1950's seems to be a continuation and an extension of Hilbert's faith in the uniformity of the axiomatic method.

Key Words: Bernays, Axiomatic method, Hilbert, Carnap, Deepening the foundations, Application of mathematics