논리연구 21-1(2018) pp. 97-133

구문론으로서의 수학: 괴델의 비판과 카르납의 과학적 철학*

이 정 민

【국문요약】괴델은 ‘수학은 언어의 구문론인가?’라는 미출간 논문에서 그가 ‘구문론적 해석'이라고 부르는 카르납의 관점을 비판한다. 박일호, 전영삼, 어워디와 캐러스, 리켓츠, 테넌트 등은 괴델의 논변을 여러 가지 방식으로 재구성하고, 카르납의 가능한 대응을 검토해 왔다. 이 논문은 수학의 성격에 대한 괴델과 카르납의 논쟁을 재현한 뒤 대부분의 기존 논의를 비판하고 다음과 같은 새로운 기여를 하려 한다. 먼저 여러 학자가 카르납의 견해로 지적한 ‘언어 상대성’이 과장되었다고 주장한다. 오히려 괴델 비판의 핵심은 수학의 적용 문제이며 ‘기대가능성’에 기초한 논변이다. 따라서 카르납이 수학의 적용, 특히 과학에의 적용을 어떻게 보았는지를 논의하여 괴델에 응답한다. 그 과정에서 기존 논의가 간과한 카르납의 ‘대응 원리’가 핵심적인 역할을 한다고 주장한다. 마지막으로 괴델 불완전성 정리의 진정한 함축인 수학의 소진불가능성은 카르납과 괴델 자신이 정확히 동의하는 부분이라고 주장한다.

【주요어】괴델, 카르납, 일관성, 불완전성 정리, 대응 원리

투고일: 2018.1.5 심사 및 수정 완료일: 2018.2. 20 게재확정일: 2018.2.4

* 먼저 내 주제의 선행 연구자인 전영삼, 박일호 선생님께 감사드린다. 이들의 연구가 없었다면 내 논문은 나오지 못했을 것이다. 또한 논문의 초고에 자세한 평을 해주신 익명의 심사위원들께 감사드린다. 그들 덕분에 초고는 논문의 꼴을 갖추게 되었다. 다만 여러 방향에서 제기된 다양한 심사평을 가능한 모두 수용해 수정하다 보니 논문이 길어졌고, 그럼에도 일부 심사위원께는 미흡한 점이 있을 것이다. 이 점은 후속 연구를 기약한다.

1. 서론: 과학과 수학의 관계

많은 과학도와 연구자는 수식을 가지고 문제를 푼다. 토마스 쿤이 ‘퍼즐풀이’라고 불렀던 이 활동은 주로 이전의 모범적인 풀이 또는 ‘범례’(exemplar)를 익히고 흉내 내는 것에서 시작한다. 그렇게 익힌 풀이를 범례와 비슷한 다양한 사례에 적용하는 것이다. 예를 들어 뉴턴의 운동 법칙인 $F = ma$를 가지고 문제를 푸는 경우를 생각해 보자. 이때 핵심은 구체적인 사례에서 각 기호에 해당하는 요소를 식별해 내는 일이다. 자유낙하와 진자 진동 각각에서 F와 a에 해당하는 요소는 꽤 다르다. 하지만 일단 F와 a에 해당하는 요소를 찾아내면, 이후의 문제풀이 과정은 순전히 기호 조작이다. 물론 미분방정식과 같은 고등수학이 필요하거나 엄밀한 해 없이 근사에 만족해야 하는 경우도 있다. 하지만 그 과정이 초등 산술과 같은 기호 조작 과정이라는 본질은 변하지 않는다. 기호 조작 과정에서는 자연과의 어떠한 접촉도 일어나지 않으며, 다만 조작 결과를 해석한 것만이 경험적 의미를 갖는다. 수학적 도식 자체에는 경험적 의미가 없으며 그것이 범례를 통한 해석을 거쳐야만 “경험적 내용”이 생긴다는 것은 이미 쿤도 지적한 것이다. (Kuhn 1970, 188) 하지만 그 설득력은 쿤 이전부터 이미 과학자에게 익숙한 문제풀이의 경험에서 비롯된다.

이러한 경험에서 과학자는 과학과 수학의 관계에 대한 철학적 견해를 형성한다. 그것은 과학에서 수학은 많이 쓰면 쓸수록 좋다는 것이다. 기하학이나 해석학, 초등산술이나 고등미적분 등등, 분야를 막론하고 적어도 그것이 수학인 한 그 사용에 부담을 느낄 필요가 없다. 보통의 방법으로는 잘 풀리지 않는 문제도 더 ‘고등한’ 수학을 사용하면 지름길을 질러가듯 쉽게 풀리기도 한다. 이러한 경험에서 과학자들은 수학을 신뢰한다.

반면 수학이 아닌, 다른 경험과학의 이론을 이용하는 경우는 다르다. 곧 과학자들이 경험적인 이론이나 사실을 이용할 때에는 수학과는 다른 부담을 느끼게 된다. 진화론 같이 잘 확립된 이론도 심리학에 적용되면 (진화심리학) 그 보편타당성이 문제가 된다. 반면 심리학에서 수학을 쓰는 것은 누구도 의심하지 않는다. 이것은 적용되는 과학이론이 귀납적으로 얼마나 잘 확립되었는가와 무관하다. 아무리 잘 확립된 과학이론도 본래의 영역 밖에 적용될 때 생기는 부담은 수학과 다르다. 그것은 과학이론을 적용하는 경우 그 경험적 내용을 같이 떠안는데서 생기는 부담인 것이다.

이러한 수학과 경험과학의 근본적 구분은 철학사적으로 분석과 종합 구분에 맞닿아 있다. 물론 카르납을 포함, 그 구분을 철학적으로 정당화하려 했던 여러 시도들의 실패에 대해서는 여기서 상술할 필요가 없을 것이다. (이정민 2014 참고) 하지만 그 구분으로 카르납이 원래 의도했던 바는 좀 더 잘 이해될 필요가 있다. 나는 그것이 과학자들이 경험으로 체득한 과학과 수학의 구분을 철학적으로 '해명'하기 위한 장치라고 생각한다. 이는 카르납이 분석과 종합의 논리적 구분에 매달리기 훨씬 전부터 가지고 있던 생각이다. 초기의 카르납은 경험과학과 형식과학을 구분하며 다음과 같은 재미있는 비유를 통해 문제의 핵심을 전달한다.

> 물리 공간의 도형(점, 선 등)이 경험적으로 어떤 특성을 보이고, 이것이 기하학의 '점'에 관한 공리를 만족한다고 하자. 이렇게 실제 개념과 공리의 접촉을 통해, 해당 공리 체계로부터 형성된 이론 도식(Theorie-Schema) 전체와 단번에 어떤 연결이 형성된다. 이 연결점을 통해 경험적 실재의 피가 흘러들고, 지금까지 비어 있던 도식의 가장 세세한 모세 혈관까지 그 피가 흘러가, 그 도식은 내용이 채워진[erfüllte] 하나의 이론으로 변모한다. 추상 기하가 물리 공간에 관한 실제 이론으로 탈바꿈하는 것이다. (Carnap 1927, 373; 전영삼 2009, 115 참고)

카르납은 수학이나 논리의 형식 체계는 경험과의 접촉이 없는 빈 도식이며 따라서 경험적 내용(칸트식 용법에 따르면 '경험적 실재')이 없다고 한다. 과학자들이 수학의 자유로운 적용을 당연시하는 이유는, 그것이 빈 도식으로 어떤 내용적 부담을 추가하지 않기 때문이다. 따라서 분석과 종합의 구분을 철학적이고 논리적인 구분으로만 볼 것이 아니라 과학의 실제에 비추어 이해할 필요가 있다. **수학은 과학의 혈맥이며 경험은 과학의 혈액이다!** 수학과 과학의 관계에 대한 카르납의 이 비유는 앞으로 괴델의 비판을 검토하며 중요하게 활용될 것이다.

이 논문은 수학의 성격에 대한 괴델과 카르납의 논쟁을 재현한다. 물론 이 논쟁은 실제로 일어난 것은 아니고, 괴델의 미출간 유고를 중심으로 학자들이 재구성한 것이다. 나는 대부분의 기존 논의를 비판하고 다음과 같은 새로운 기여를 하려 한다. 먼저 여러 학자가 카르납의 견해로 지적한 '언어 상대성'이 과장되었다고 주장한다. 오히려 괴델 비판의 핵심은 수학의 적용 문제이며 '기대가능성'에 기초한 논변이다. 따라서 카르납이 수학의 적용, 특히 과학에의 적용을 어떻게 보았는지를 논의하여 괴델에 응답한다. 그 과정에서 기존 논의가 간과한 카르납의 '대응 원리'가 핵심적인 역할을 한다고 주장한다. 마지막으로 괴델 불완전성 정리의 **진정한** 함축인 수학의 소진불가능성은 카르납과 괴델 자신이 정확히 동의하는 부분이라고 주장한다.

2. 괴델의 비판: 배경과 문제설정

수학에 대한 카르납의 견해를 비판한 괴델의 논문은 「수학은 언어의 구문론인가?」라는 제목으로 전한다. 원래 1963년 카르납 기념 논문집에 기고하기로 한 이 글은 결국 출간되지 않았고, 여섯

개의 수정본 가운데 세 번째와 다섯 번째(각각 1953/9-III, V로 지칭)가 괴델 전집의 3권에 실려 있다. 논문의 미출간을 둘러싼 다양한 사정은 전집 3권의 편집자인 골드파브의 노트를 참고하면 된다. 대신 내가 먼저 검토하고 싶은 부분은 괴델이 논문에서 '수학의 구문론적 해석'이라고 비판하는 카르납의 입장이 얼마나 카르납 자신의 원숙한 견해를 대변하는가이다.

그렇지 않다는 것이 내 생각이다. 괴델 자신도 각주에서 인정하듯이(각주4, V는 각주나 절 번호가 없으므로 인용은 별도의 언급이 없으면 1953/9-III을 가리킨다) 자신이 비판하려는 견해는 카르납의 실제 생각이라기보다 구문론적 견해 일반에 대한 것이었다. 비록 그가 카르납 외에 한스 한이나 슐릭과 같은 논리실증주의자를 인용하기는 하지만 그가 표적으로 삼은 것은 카르납보다 오히려 힐베르트에 가깝다는 것이 드러난다. 이것은 그가 카르납의 『언어의 논리적 구문론』을 램지나 힐베르트 학파의 견해와 병치시키는 4절이나, '구문론'이 제대로 기능하려면 힐베르트의 '유한주의'와 동등한 것으로 해석되어야 한다는 각주19에서도 분명하다. 괴델이 카르납의 기획을 마치 힐베르트식의 수학기초론 논의로 오해하고 있다는 전영삼(2009, 143)의 지적이 여기서는 정확하다. 카르납에게는 일관성 증명을 지상과제로 삼는 힐베르트의 메타수학과는 다른, 자신만의 철학적 기획이 있기 때문이다. (둘의 차이에 대한 Carnap 1963, 53 참고)

힐베르트라는 배경이 괴델의 카르납 이해를 심각하게 제약하고 있다고 해도, 여전히 괴델의 비판은 검토할 가치가 있다고 믿는다. 그 비판이 응답을 요구하는 부분과 그렇지 않은 부분을 가려내는 것은 괴델과 카르납 둘의 입장을 명확히 하는데 기여할 것이다. 먼저 괴델이 카르납의 구문론적 관점을 수학의 본성에 관한 하나의 수학철학으로 받아들였다는 것에는 의심의 여지가 없다. 곧 괴델은

카르납의 구문론이 수학적 대상의 존재와 성격, 수학적 지식의 원천이나 정당화와 같은 형이상학적이고 인식론적인 문제에 답하려 했다고 본 것이다. 내 논문 전체에 걸쳐 괴델이 비판하는 카르납의 견해를 ‘구문론적 관점’으로 정식화하자.

수학의 구문론적 관점: 수학은 대상이나 내용이 없는, 단지 경험과학을 보조하는 (형식적으로 이어주는) 문장 체계이다.

괴델은 카르납이 전체 수학을 기호의 사용에 관한 구문 규칙으로 환원함으로써 이러한 관점을 뒷받침한다고 본다. 이 관점에서 수학은 별도의 수학적 대상을 지칭하는 것이 아니라 다만 의미 없는 기호들의 조합이다. 공리와 같은 수학적 진술도 내용이 없는 구문 규칙으로 환원된다. 만약 이러한 환원에 성공한다면 수학적 대상이나 대상에 대한 직관을 배제한 채, 수학을 순수한 구문론의 기초 위에 정당화할 수 있을 것이다. 괴델의 논문 전체에 걸쳐 자주 등장하는 환원, 정당화, 기초와 같은 표현, 그리고 카르납의 입장을 ‘유명론’ 또는 ‘규약주의’로 지칭하며 자신의 ‘실재론’과 대비시키는 부분은 괴델의 문제의식을 잘 드러낸다.

하지만 그것이 동시에 카르납의 문제의식인지는 되짚어 볼 필요가 있다. 철학적 문제설정에서 이미 둘 사이에 미묘한 긴장이 느껴지는 것이다. 왜냐하면 1934년 『구문론』의 카르납, 특히 ‘관용의 원리’ 정식화 이후의 카르납은 더 이상 괴델이 관심가진 형이상학과 인식론의 문제에 답하고 있지 않기 때문이다. 분명 카르납이 수학에 대한 어떤 철학적 견해를 내놓은 것은 사실이다. 하지만 카르납의 주된 관심은 수학 그 자체의 본성이라기보다 수학이 과학적인 인식 전체에서 차지하는 위치였다. 1934년을 전후하여 카르납은 철학의 역할과 문제를 새롭게 규정하며 과학적 철학, 특히 과학논리

(Wissenschaftlogik)로서의 철학을 내세운 바 있다. 여기서 '수학이란 무엇인가'라는 문제는 '과학 전체에서 수학의 언어는 어떤 기능을 하는가'의 문제로 **대체**된다. 실재론이나 유명론, 규약주의와 같은 전통적인 철학적 입장도 맞고 틀리고의 문제가 아닌, 전체 과학의 언어를 이러저러하게 구성하자는 **제안**으로서만 의미를 가진다. 철학이 실질적인 문제를 다룬다는 위험한 환상에서 벗어나, 과학의 언어 구성에 대한 형식적인 문제만을 다루어야 한다는 『구문론』의 과격한 기획은, 전통적인 철학적 문제의식을 유지하는 괴델과 시작부터 교착상태에 빠진 듯 보인다.

실제로 몇몇 학자들은 카르납과 괴델의 문제의식 사이의 간극에 주목했다. 특히 골드파브와 리케츠는 1992년 공동 논문을 시작으로 카르납의 문제의식이 '수학의 철학적 토대'가 아님을 일관되게 주장했다. (Goldfarb and Ricketts 1992, 68; Goldfarb 1996, 229) 카르납은 '규약에 의한 참'과 같은 환원주의적이고 토대주의적인 진리론을 거부하며, 어떤 의미에서 "수학철학을 포기한다"고까지 할 수 있다는 것이다. (Ricketts 2007, 211)

그렇다면 괴델의 카르납 비판이 아예 허수아비 공격이며 둘 사이에 공통된 쟁점은 없는가? 나는 여기서 골드파브나 리케츠의 해석이 너무 멀리 나갔다고 생각한다. 물론 이들이 한동안 무시된 카르납의 '반토대주의'를 부각시킨 것은 높이 평가할 만하다.[1] 그럼에도 괴델의 비판에 여전히 답변이 필요한 부분이 있다면 그것은 바로 '수학을 경험과학에 적용하는 것을 어떻게 이해할까'의 문제이다. 곧 카르납이 철학의 문제를 과학언어의 재구성에 관한 형식적인 문제로 본다고 해도 여전히 수학이 경험과학에 유용하게 쓰인다는 사실은 해명될 필요가 있다. 바로 이 부분, 곧 수학의 적용

1) 프리드만이 괴델에 우호적인 초기의 입장(Friedman 1988, 1999)을 철회하고 카르납의 반토대주의를 내세운 것(Friedman 2009)도 바로 이들의 해석을 수용한 것이다.

문제를 충분히 해명할 수 없다면 괴델의 비판은 여전히 유효하다. 그런데 이 부분에 대해 골드파브나 리케츠를 포함한 많은 학자들은 적절한 응답보다 괴델의 비판 자체를 일축하고 있다. 실제로 괴델 비판의 핵심이 구문 규칙을 과학에 적용하기 위해서는 여전히 수학적 직관이 필요하다는 것이었다. 만일 카르납이 이러한 비판에 적절히 답할 수 없다면 구문론적 관점은 설자리가 잃게 된다. 따라서 괴델의 비판에 대한 카르납의 가능한 응답도 그의 구문론적 관점에서 수학의 적용을 어떻게 이해할 것인가에서 찾아야 한다.[2)]

3. 괴델의 비판과 그 타당성 검토

괴델의 비판은 구문론적 관점이 만족해야 할 여섯 개의 필요조건을 제시하며 시작한다. 하지만 어떠한 구문론적 관점도 이 모든 조건을 동시에 만족하지는 못한다. 그 이유는 바로 체계의 일관성과 관련이 있다. 곧 이 조건들을 만족하려면 체계의 일관성을 유한주의적으로 **증명**할 필요가 생긴다. 하지만 괴델 자신의 두 번째 불완전성 정리에 따르면 그러한 증명은 불가능하다. 결론적으로 구문론적 관점은 실패한다는 것이다. 괴델이 왜 구문론적 관점에 일관성 증명을 요구하는지, 그 요구가 과연 정당한지는 매우 논쟁적이다. 여기서는 특히 일관성 증명과 관련해 문제가 되는 조건4와 5를 가지고 여러 해석의 갈림길을 검토해 보자.[3)]

---

2) 괴델의 비판이 적어도 답변할 가치가 있다는 이러한 문제설정에서 나는 사카르(Sarkar 1992, 192)에 반대하며 박일호(2007, 31)에 부분적으로 동의한다. 물론 내 답변은 박일호와 다르다.

3) 다른 조건들과 그에 대한 논의는 박일호(2007, 31-32)를 참고하라. '허용가능성'(admissibility)은 원문에 등장하지만 '기대가능성'(expectibility)은 원문에 없는 박일호의 용어이다. 이 점을 지적해 주신 익명의 심사자께 감사한다.

조건4(허용가능성 조건). 어떤 규칙이 구문 규칙이려면 그것이 사실 문장의 참이나 거짓을 함축하지 않아야 한다(는 것을 미리 알아야 한다.)

조건5(기대가능성 조건). 수학의 정리를 적용해 확인할 수 있는 사실에 관한 결론을 얻는 경우, 그 결론은 수학의 공리가 직관적으로 참이기 때문에 기대되는 것이 아니라 (임의적인) 구문 규칙만으로도 기대되는 것이어야 한다.

괴델은 둘 중 어느 한 조건만으로도 구문 규칙의 일관성 증명이 필요해진다고 본다. 왜 그런지 각각의 조건을 살펴보자.

먼저 허용가능성 조건은 어떤 규칙을 구문 규칙으로 허용할 수 있는 조건에 관한 것이다. 어떤 구문 규칙이 (선험적으로) 허용가능하려면 그것은 어떤 사실적 내용을 담고 있지 않아야 한다. 이것은 '구문 규칙'의 개념에 따르면 당연한 이야기이다. 만일 구문 규칙이 어떤 사실적인 참이나 거짓을 함축한다면 반대로 경험에 의해서 반증될 수도 있을 것이다. 그렇다면 그것은 더 이상 기호 사용에만 관계하는 규칙이 아닐 것이다. 따라서 허용가능성 조건 자체는 구문론자도 수용해야 하는 정당한 요구이다.

그런데 왜 이러한 구문 규칙의 개념에서 일관성의 **증명**이 필요해질까? 괴델은 만일 구문 규칙이 일관되지 않는다면 **사실 문장을 포함한** 모든 문장을 함축할 것이라고 말한다. 따라서 구문 규칙은 일관될 필요가 있다. 그런데 괴델은 여기서 한 걸음 더 나아가 그 일관성을 **증명할 필요**가 있다고 주장한다. 이 주장은 매우 논쟁적이다. 어워디와 캐러스는 일련의 논문들(Awodey and Carus 2003, 2004, 2010)에서 구문 규칙이 일관될 필요를 인정해도 그것을 증명할 필요는 없으며, 따라서 괴델의 논변 전체에 문제가 있다고 본다. 곧 괴델은 일종의 증명가능성 술어를 부당하게 끼워 넣은 것이다.

곧 다음의 (i)를 인정해도 (ii)가 따라나오지는 않는다.

(i) 허용가능성 => 일관성
(ii) 허용가능성 => *Pr*(일관성) (?), 여기서 '=>'는 논리적 함축, '*Pr*'은 증명가능성 술어 기호

반면 박일호(2007, 40)는 허용가능성 조건4에서 괄호로 적은 부분, 곧 "미리 알아야 한다"에 무게를 두어 이것이 일관성 증명을 함축할 수 있다고 본다. 미리 알아야 한다는 것은 경험적 사태 이전에 알아야 한다는 것을 뜻한다. 곧 구문 규칙이 어떠한 사실 문장의 참거짓도 함축하지 않는다는 것을 그러한 사실이 실제로 일어나기 전에 알아야 한다는 것이다. 만일 허용가능성을 이렇게 선험적 인식가능성으로 강하게 해석하면 물론 일관성 증명의 필요가 생긴다. 우리가 어떤 사실을 선험적으로 알 수 있는 방법은 무엇일까? 구문론자들은 증명 이외의, 별도의 선험적 직관이나 내용을 인정하지 않는다. 따라서 그 방법은 형식적인 증명밖에 없다. 따라서 선험적 인식가능성에서 일관성 증명의 필요가 생긴다. 하지만 구문론자가 허용가능성이 아닌, 선험적 인식가능성까지 받아들여야 하는지는 여전히 의문이다.

또 다른 해석인 테넌트(Tennant 2008)는 괴델과 여러 해석자들이 당연시한, 비일관 규칙에서는 무엇이든 따라나온다는 규칙(ex contradictione quodlibet)을 문제시한다. 이 규칙은 괴델이 허용가능성 조건에서 일관성 요구를 이끌어내기 위해 쓴 것이다. 고전 논리나 직관주의 논리에서 모두 받아들이는 이 규칙은, 하지만 모순허용(paraconsistent) 논리에서는 타당하지 않다. 그런데 카르납은 논리의 선택은 옳고 그름의 문제가 아니라 실용적인 결정의 문제라고 했다. 이것이 그의 유명한 관용의 원리이다. 따라서 카르납은 모순

허용 논리 또한 인정할 것이며, 따라서 괴델은 허용가능성에서 일관성 요구를 이끌어내지 못할 것이라는 것이 테넌트의 논점이다.

이러한 해석은 꽤 기발하긴 하지만, 카르납의 저작에 충실한 해석이라기보다는 테넌트 자신의 괴델에 대한 응답이라고 생각한다. 카르납이 원래 의도했던 '관용'의 범위는 고전 논리와 직관주의 논리 사이의 선택을 주로 염두에 둔 것으로 모순허용 논리에 대한 관용까지 인정한 것은 아니기 때문이다. 고전 논리를 쓴 수학은 직관주의나 구성주의 수학에 비해 모순으로부터 덜 안전하지만 물리학과 같은 경험과학에 손쉽게 적용된다. 반면 직관주의 수학은 모순으로부터 더 안전하지만 경험과학에 적용하기에 거추장스럽다. 따라서 고전 논리와 직관주의 논리 사이의 선택은 이러저러한 실용적 가치를 따져 결정할 문제이다. 그런데 여기서 문제가 되는 관용의 범위는 모순으로부터의 상대적 안전성이지 모순 자체에까지 확장되지는 않는다. 카르납(Carnap 1963, 49)은 각 논리 안에서 명시적으로 "어떠한 모순이 발견되지 않는 한" 자유롭게 그 언어 형식을 구성할 수 있다고 본다. 카르납의 이러한 직접적 언급은 테넌트의 해석과 정면으로 배치된다. 따라서 테넌트의 논의는 괴델에 대한 독립적인 답변으로는 가치가 있을지 몰라도 카르납의 해석으로서는 가치가 없으며, 이 논문에서 더 이상 고려하지 않겠다.

또 다른 해석의 축은 리케츠와 골드파브(Ricketts 1994, 2007; Goldfarb 1995, 1996)에 의해 대변된다. 이들은 괴델이 정식화한 허용가능성 조건에서 '사실 문장'의 존재를 문제시한다. 괴델은 마치 구문 규칙과 무관하게 사실 문장들이 이미 존재하며, 구문 규칙의 추가가 이들 문장에 어떤 영향도 주지 않아야 할 것처럼 그리고 있다. 하지만 카르납에게서 어떤 문장이 사실적 또는 종합적인지는 항상 언어 상대적으로만 답할 수 있는 문제이다. 곧 어떤 문장이 사실 문장인지는 처음부터 한 언어의 구문 규칙과 관련해서만

결정된다. 곧 어떤 언어의 구문 규칙은 그 언어 안 문장의 ‘사실성’ 여부에 선행한다는 것이다. 반면 괴델은 언어 초월적인 사실의 영역을 이미 가정하고 있으며, 이것은 어떠한 언어를 선택하는가와 무관한 문제라고 보았다. 따라서 카르납은 허용가능성 조건을 포함한 괴델의 논변전체를 자신의 견해에 대한 한갓 오해로 거부할 수 있다는 것이 이들의 해석이다.

이러한 해석에 대한 평가는 다음 절로 미루고, 그렇다면 또 다른 조건인 기대가능성 조건(조건5)을 살펴보자. 내 생각에는 오히려 이 조건, 그리고 거기서 일관성 증명으로 나아가기 위한 두 사례(13, 14절)가 괴델 비판의 핵심이다. 실제로 괴델이 조건4에 “미리 알아야 한다”는 부분을 은근슬쩍 끼워 넣은 것도 조건5를 염두에 두었기 때문이다. 곧 조건4가 아닌 조건5가 괴델의 비판 논변의 핵심 조건인 것이다. 이것은 괴델의 다섯 번째 수정본(1953/9-V)과의 비교 검토에서 분명해진다. 박일호(2007, 43)의 지적대로 거기서는 허용가능성 조건이 기대가능성 조건에서 도출되는 것으로 그리고 있기 때문이다. 특히 박일호는 허용가능성 조건의 “미리 알아야 한다”를 “반드시 알아야 한다”는 식으로 양상적으로 강하게 읽는다. 여기서 구문 규칙의 일관성을 **증명**할 필요가 생긴다는 것이다. 하지만 나는 이것이 과한 독해라고 본다. 박일호(*Ibid.*)가 인용하면서 생략한 원문에는 “적어도 그럴 가능성이 있다는 것을 (at least with probability) 알아야 한다”(Gödel 1953/9, 357)로 표현되어 있기 때문이다. 따라서 나는 적어도 허용가능성 조건에서 일관성 증명의 필요까지 생기지는 않는다는 어워디와 캐러스의 진단에 동조한다.

기대가능성 조건은 수학을 경험과학에 적용할 때 그것이 수학을 쓰지 않을 때와는 다른, 어떤 새로운 기대를 만들어 낸다는 생각에 기대고 있다. 예를 들어 골드바흐의 추측이 증명된 상황을 상상해 보자(13절). 이것은 가상적 상황이지만 이미 증명된 수학의 정리를

적용하는 경우도 별다르지 않다. 이 증명을 근거로 다음과 같은 기대를 할 수 있다. 곧 경험적으로 잘 작동하는 컴퓨터라면 어떤 주어진 큰 짝수 N에 대해 두 개의 솟수 p_1, p_2($N = p_1 + p_2$)를 찾아낼 것이다. 수학에 대한 실재론적 관점에서 이러한 기대는 잘 이해된다. 수학의 명제가 객관적으로 참이라면, 경험적인 사태 또한 그 참에 동참하거나 그 참을 어느 정도 구현하고 있을 것이기 때문이다.[4)]

반면 구문론적 관점에서는 이 기대를 어떻게 이해할 것인가? 구문론자는 수학적 대상의 객관성이나 수학적 직관에 호소할 수 없다. 괴델은 여기서 다른 설명이 없다면 구문 규칙의 일관성을 증명할 필요가 생길 것이라고 본다. 구문론자는 증명 없이 일관성을 알지 못하며, 따라서 경험적인 사태에 대한 어떤 기대도 할 수 없다. 기호 사용에 관한 임의적인 규칙에서 골드바흐 추측을 증명했다고 해도 그것이 어떠한 실질적인 기대를 발생시키지는 않는 것이다.

기대가능성 조건은 수학을 사용하는 경험적인 법칙의 경우에도 다르지 않다(Gödel 1953/9, 340). 예들 들어 이러저러하게 건조된 다리가 이러저러한 하중을 받으면 무너지거나 그렇지 않을 것이라는 예측이 있다. 이러한 경험적 예측은 수학을 동원한 복잡한 추론 과정 없이는 불가능하다. 따라서 자연 법칙을 통해 예측에서도 수학에서 생긴 기대가 있다. 괴델은 이러한 기대에 대한 합리적 설명을 요구한다. 일관성 증명이 불가능하다고 해도 구문론자는 이에 대한 다른 설명을 제공해야 할 의무가 있는 것이다.

기대가능성에서 일관성 증명을 이끌어내는 괴델의 이 두 번째 논변이 허용가능성과 관련된 첫 번째 논변보다 강력하다고 믿는다. 구문론적 함축 관계만을 따졌던 허용가능성 조건과는 달리, 기대가

4) '동참'이나 '구현'은 괴델 자신의 표현이 아닌, 플라톤의 표현이지만 이 맥락에 적절한 것 같다. 괴델이 플라톤주의를 언급하는 37절(Gödel 1953/9, 351)을 보라.

능성 조건은 경험적 사태에서 실질적인(positive) 기대가 어디에서 발생하겠는가를 따져 묻고 있기 때문이다. 따라서 첫 번째 논변에 대해 가능했던 구문론자의 반론, 곧 규칙이 일관되기만 하면 허용가능성은 만족되며 그 일관성을 **증명**할 필요까지는 없다는 반론은 더 이상 먹히지 않게 된다. 일관성을 증명할 필요가 없더라도 여전히 기대가능성을 설명할 필요는 있기 때문이다. 실제로 다섯 번째 수정본(1953/9-V)에서 괴델은 이 부분을 집중적으로 추궁한다. 세 번째 수정본과 달리 일관성 증명의 요구가 전면에 등장하지 않는 것이다. 따라서 일관성을 증명할 필요가 없다는 것만으로는 카르납의 응답이 마무리되지 않는다. 구문론자와 달리 괴델과 같은 실재론자는 수학을 적용하면서 생기는 기대에 대한 설명을 제공할 수 있다고 주장할 수 있기 때문이다. 그것은 객관적인 수학의 대상에 대한 믿음에서, 인식론적으로는 대상에 대한 수학적 직관이 추가되면서 생기는 확신인 것이다. 따라서 기대가능성 논변에서, 수학에는 대상이나 내용이 없다는 구문론적 관점은 중대한 도전에 직면한다. 다음 절에서는 이에 대한 카르납의 가능한 답변을 알아보겠다.

4. 괴델에 대한 카르납의 가능한 응답

먼저 중요한 문제에 대해 답하겠다. 일부 학자들이 지적한 대로 카르납의 체계에서는 과연 언어 상대적인 경험 문장만이 존재하는 것일까? 카르납은 “언어틀 이전에 주어진 ‘사실’이나 ‘경험 세계’의 개념이 없거나” “어떠한 언어 초월적인 경험적 사실 또는 참 개념도 거부”하는 것일까? (각각 Goldfarb 1995, 328; Ricketts 2007, 210) 그렇지 않다는 것이 내 생각이다. 이 지점에서 카르납을 옹호하려는 학자들은 괴델의 비판에 과도하게 대응하며 카르납의 원의를 왜곡하고 있다. 무엇보다 이러한 해석은 사실의 언어 상대성 자

체를 절대시하고 있으며, 이것은 카르납의 원숙한 기획인 '해명(explication)으로서의 철학'과도 배치된다.

카르납에게서 어떤 개념의 '해명'이라는 것은 일상이나 철학에서 이미 쓰이는 개념을 정확한 과학적 개념으로 대체하려는 시도를 말한다. '물고기'(fish)를 '어류'(piscis)로 대체한 것이 해명의 예이다. 하지만 그러한 대체 이전에도 물고기는 경험적 개념으로 잘 쓰이고 있다. 다만 과학이 발전하면서 물고기와 같은 잠재적 피해명항(explicandum)을 한층 정확한 해명항(explicatum)으로 대체하게 되는 것이다. 해명 작업은 이렇게 일상적 개념을 과학적 개념으로 점진적으로 대체하려는 일종의 '언어공학'(language engineering)이다. 원숙기 카르납은 철학이 과학에 해 줄 일이 어떤 형이상학적 존재론이나 지식의 정당화가 아닌, 바로 이러한 개념의 해명 작업이라고 본다.[5] '어류'와 같은 특정 과학의 개념은 아니지만, '분석성', '경험적 내용', '확률'과 같은 전통 철학사의 개념을 논리적으로 정확한 개념으로 대체하려는 것이다.[6]

그렇다면 해명 이전의 피해명항은 언어틀 밖에 놓일 수밖에 없다. 특히 피해명항과 해명항의 관계에 관한 진술은 해명 이후에도 해명항을 포함하는 언어틀 안의 진술일 수 없다. (Stein 1992, 280; Carus 2007, 278) 그런데 이러한 진술은 어떤 피해명항을 해명항으로 대체하는 것이 적절한가를 평가하는 일에 필수적이다. 만일 '어류'가 '물고기'를 대체하게 되면 불가사리(starfish)나 갑오징어(cuttlefish), 해파리(jellyfish)는 더 이상 '물고기'가 아니게 된다. 그

5) 카르납의 '해명으로서의 철학'에 관한 자세한 해설은 (Carus 2007; Wagner and Beaney 2012)를 보라.

6) 우리는 '경험적 사실이나 내용', 그리고 이와 짝을 이루는 '분석적 참이나 내용 없음'에 대해 해명 이전에 선이론적 이해를 가지고 있다. 데모폴로스(Demopoulos 2007, 251)는 "분석성은 그것이 기본 논리 법칙에서 유도되는지와 무관하게 수학 이론에 부여된다"고 한다. 마찬가지로 '경험적 사실'이나 '내용'도 일상적, 철학사적으로 어느 정도 이해된 개념이다.

렇다면 새 분류 체계의 실용적 이점은 이전의 '물고기'였던 것과 이후의 '물고기'(곧 어류)를 비교하여 논의될 수밖에 없다. 피해명항과 해명항 사이의 관계에 대한 진술은 언어 상대적인 진술이 아닌 것이다.

따라서 카르납이 언어 상대적인 사실을 이야기할 때는 모든 사실 일반에 대한 것이 아니라 비교적 제한된 맥락 안에서이다. 그것은 한 언어틀 밖의 사실을 그 언어틀의 옳고 그름을 결정하는 **증거**로 동원할 수 없다는 것이다. 과학적인 옳고 그름이나 증거의 개념은 특정 언어틀 안에서만 의미 있는 개념이기 때문이다. 반면 언어틀 자체는 옳고 그름이 아닌, 실용적 장단점에 의해서 평가된다. 그리고 이러한 실용적 평가를 위해 필요한 것이 또 다른 경험적 사실이다. 곧 어떤 특정 언어틀이 단순한지, 효율적인지, 생산적인지 등은 그 언어틀 안의 사실에 의해 평가되지 않는다. '어류'를 분류 단위로 채택한 언어틀의 장단점은 '어류'에 관한 경험적 사실만으로 평가되지 않는다. '어류'를 '물고기'로 분류하던 시기의 역사적이고 경험적인 사실, 과학자들의 언어 사용 경험이나 시행착오 등을 종합적으로 고려하여 평가할 수밖에 없다. 카르납은 말한다.

> [어류가 물고기를 대체한] 이 상황을 '고래(독일어로 'Walfische')가 물고기라는 예전 믿음이 동물학에서 논박되었다'라고 서술하는 것은 적절하지 않다. 전과학적 용어 '물고기'는 '물에서 사는 동물'이라는 뜻이었다. 따라서 이것을 고래에 적용한 것도 충분히 옳았다. 여기서 동물학자가 가져온 변화는 사실적 지식의 수정이 아니라 언어 규칙의 변화이다. 물론 이 변화도 여러 **사실적 발견**에 의해 추동되었다. (Carnap 1950a, 6, 내 강조)

여기서 카르납이 '사실적 발견'이라고 하는 것이 언어독립적인 사실이라는 것이 명백하다.

이러한 내 해석에 대해 다음과 같은 반론이 있을 수 있다. 해명

이전의 피해명항이 언어틀 밖에 있다 해도 일단 해명이 완료되면 언어틀에 포함되는 것이 아닌가? 또한 아직 해명이 완료되지 않는 부분들 또한 결국 이상적인 과학의 언어틀 안에 모두 포섭될 수 있는 것이 아닌가? 한 언어틀에 대한 과학자들의 실용적 평가조차 또 다른 언어틀 안에서 바라볼 수 있는 것이 아닌가?

이러한 반론에 대해 나는 그러한 과정이 부분적으로 가능할지는 몰라도 경험적 사실 전체를 포괄하지는 못할 것이라고 본다. 중요한 것은 지금 문제가 되는 언어의 상대성이 **모든** 사실에 관한 단언적 주장이라는 것이다. 아직 해명되지 않은 **일부** 피해명항에 대한 해명이나 해명의 기대만으로는 불충분한 것이다. 모든 사실이 언어 상대적이려면 모든 사실을 포괄하는 이상적인 과학의 언어틀을 가정할 수밖에 없다. 그것은 또한 아직 해명되지 않은 **모든** 피해명항에 대한 해명을 포괄해야 할 것이다. 그런데 이것은 중대한 의미의 논점선취이다. 이상적인 과학의 언어틀을 가정하면 모든 사실은 언어 상대적이겠지만 과연 그러한 '이상적' 언어틀이 무엇이란 말인가? 이상적 언어틀이 실제로 어떤 모습일지에 대해 우리는 아는 것이 없고 예측 또한 할 수 없다. 또한 해명의 '완료'라는 것은 일종의 자기모순이다. 현재 과학의 언어의 해명항 또한 얼마든지 새롭게 해명될 여지가 있는 잠재적 피해명항이기 때문이다. 예를 들어 '어류' 또한 현대적 계통분류학에서는 단일계통군(monophyletic group)이 아니다. '자연적' 분류의 단위가 아닌 것이다. 물론 진화적 계통에 기초한 분류 방법의 실용적 장단점 또한 미래에 다시 따져볼 수 있을 것이다. 결국 어떠한 피해명항에 대한 해명도 부분적이고 점진적인 대체일 수밖에 없다. 카르납의 해명의 철학을 합리주의자의 이상적인 과학의 체계(*the* system of science)로 오해해서는 안 된다는 것이다.

이러한 내 해석에 대해 또 다른 반론이 있을 수 있다. '물고기'

에 대한 경험적 사실이 특정 언어틀 밖에 놓인다는 것을 인정해도 그것은 여전히 일상언어에 상대적인 것은 아닌가? 곧 어떤 사실이 과학의 이론적 언어틀 밖에 있다고 해도 그것이 언어 독립적이라고 할 수 없지 않을까? 이 반론에도 일리는 있다. 카르납의 언어틀의 철학에서는 일상적 개념 또한 '사물 언어'를 받아들이기로 한 결정이 개입되어 있다고 볼 수 있기 때문이다. (Carnap 1950b, 207) 하지만 이것은 현 논의와 관련해 비교적 하찮은(trivial) 의미에서 그러할 뿐이다. 곧 일상언어로 표현된 진술은 일상언어틀에 상대적인 진술이라는 것이다. 반면 골드파브나 리케츠가 강변하는 사실의 언어상대성은 이러한 하찮은 의미보다는 좀 더 실질적인 주장이다. 그들이 염두에 두고 있는 것은 카르납에게서 논리와 사실의 구분, 또는 분석과 종합의 구분이 언어틀에 상대적으로만 주어진다는 것이다.

그런데 카르납에게서 이 구분은 정확히 형식화된 언어틀 안에서 주어지는 것으로 일상언어틀 안에서 가능한 구분은 아니다. (Carnap 1952/1990) 또한 언어틀이 있어야만 그러한 구분을 할 수 있다는 것과 **모든** 사실이 언어틀에 상대적이라는 것은 다른 이야기이다. 카르납에게서 여러 언어틀이 서로 다른 구문 규칙이나 의미 규칙을 내세우며 병존한다는 것은 누구나 인정할 것이다. 모든 언어틀에 적용되는 유일한 규칙 체계는 없다. **모든** 문장이 **어떠한** 언어틀에 대해서도 분석과 종합 문장으로 나뉘는 것은 아니다. (보편양화 두 번!) 분석과 종합은 언어틀 안의 문장에 대한 구분이지 언어틀 밖의 사실이 없다는 주장이 아니다. 다시 말해 카르납은 문장의 언어상대적인 **본성**을 철학적 교리로서 주장하는 것이 아니다.

이상의 논의는 카르납의 반토대주의가 상당히 뿌리 깊으며, 정작 그러한 반토대주의를 내세운 학자들도 놓칠 만큼 여러 문제에 걸려 있다는 것을 시사한다. 카르납의 '언어틀의 철학'을 '전체 세계나

모든 사실이 언어 상대적'이라는 단언적 주장으로 오해해서는 안 될 것이다. 카르납의 '경험주의' 또한 과학적 가설의 시험을 위한 언어를 구성하자는 제안으로 이해해야지, 과학적 진리의 근거나 지식의 원천에 관한 '경험적 토대'로 오해해서는 안 된다는 것이다.

> 내게는 경험주의의 원칙을 단언(assertion)의 형태가 아닌 제안(proposal) 또는 조건의 형태로 정식화하는 것이 바람직해 보인다. 경험주의는 '모든 지식은 경험적이다'라거나 '우리가 알 수 있는 모든 종합 문장은 경험에 근거한다(또는 경험과 연결된다)'와 같은 단언이 아니다. 경험주의자로서 우리는 과학의 언어가 다음처럼 제한될 것을 내건다. 곧 서술 술어나 종합 문장은 그것이 가능한 관측과 연결될 때에만 허용한다(Carnap 1937, 33).

문제를 이렇게 축소할 때에만 경험주의자는 실재론자와 공통의 중립적 근거에서 의미 있는 대화를 이어갈 수 있을 것이며, 마침내 해결이 불가능한 철학적 논쟁의 미로에서 빠져나올 수 있을 것이다.

다시 괴델로 돌아가자. 카르납의 반토대주의를 배경으로 하면 괴델의 요구가 여전히 토대주의의 문제의식에 묶여 있음이 드러난다. 이것은 그가 허용가능성 조건(조건4)에서 일관성 증명 요구를 이끌어내는 과정에서도 분명했다. 어떤 구문 규칙이 사실 문장을 함축하지 않는다는 것을 어떻게 경험 이전에 '미리' 알 수 있을까? 괴델은 그 앎의 원천이 수학적 직관이 아니라면 구문론적 증명뿐이라고 했다. 물론 카르납이라면 '경험 아니면 증명'과 같은 지식의 원천에 관한 단언적인 주장을 하지 않을 것이며, 비일관적 규칙은 인식적 고려가 아닌, 실용적인 고려에 의해 배제하려 할 수도 있을 것이다. 그럼에도 구문 규칙의 인식적 확실성에 관한 철학적 문제는 카르납이 더 이상 건드리지 않는 전통적인 인식론의 문제로 남는다.

그렇다면 기대가능성 조건(조건5)에 기댄 괴델의 강력한 논변에 카르납이 어떻게 대응할지를 살펴보자. 지금까지의 대응과 달리 이 문제는 언어 상대성이나 반토대주의를 근거로 쉽게 피해갈 수 없다. 수학이나 논리의 적용가능성은 카르납이 자신의 철학적 과제로 공언한 것이기 때문이다.

> 지식의 전체 체계에서 논리와 수학의 과제는 개념, 진술, 추론의 형식을 제공하는 것이다. 이 형식은 어디에나 적용가능하며 따라서 비논리 지식에도 적용가능하다. 이러한 관점에서 논리나 수학의 본성을 분명히 이해하려면, 오직 그것이 비논리 분야, 특히 경험과학에 적용되는 상황을 주의해서 살펴보아야 한다. ... 이러한 관점이 내 몇몇 철학적 입장을 자극한 중요한 요인이었다. 예를 들어 언어 형식의 선택이나, 논리와 비논리 지식 사이의 근본적인 구분에 대한 강조가 그것이다. (Carnap 1963, 12-13)

그렇다면 구문론자는 수학의 적용이 실질적인 기대를 만들어내는 상황을 어떻게 이해할 것인가? 이것이 일관성 증명의 요구와 독립적으로 해명될 필요가 있는 것이다.

이를 위해서 괴델이 제시한 두 사례를 좀 더 자세히 살펴볼 필요가 있다. 기대가능성 논변을 뒷받침하는 이 두 사례야말로 괴델 비판의 핵심이기 때문이다. 그런데 정작 여기에 카르납이 어떻게 대응할 것인지에 대해서는 내가 아는 한 어떤 학자도 심각하게 고려하기는커녕 제대로 평가조차 하지 않았다. 카르납이라면 괴델의 바로 이 사례에 대해 응답했을 것이다.

괴델은 골드바흐 추측의 증명을 적용한 컴퓨터와 경험 법칙을 적용한 다리를 대칭적인 사례로 제시하고 있지만 두 사례는 분명 다르다. 먼저 컴퓨터의 경우 그것이 “경험적으로 잘 작동한다”는 표현이 기만적이다. 컴퓨터는 본질적으로 논리 연산을 구현하고 있는 ‘논리 기계’이기 때문이다. 골드바흐 추측에 따라 두 개의 솟수

를 프로그램 상에서 찾아낸다고 해도 그것은 논리적 추론에 따른 결과이다. 컴퓨터의 전기적 작동에 대한 물리 법칙의 결과는 아닌 것이다. 컴퓨터의 계산 상태와 이를 구현하는 물리 상태의 구분은 전산에서 친숙한 구분이다. 예를 들어 튜링 기계는 종이테이프 위에 인쇄된 잉크만이 아닌, 진공관이나 배관 파이프로도 구현될 수 있다. 계산 상태의 서술이 물리적 구현을 특정 방식으로 제약하지 않는 것이다. 계산 프로그램과 물리적 하드웨어의 이러한 구분은 괴델의 비판과 독립적으로 당대에 이미 잘 확립된 구분이다. 괴델은 "다리의 부분은 컴퓨터 기계의 요소와 같은 역할을 한다"고 인정한다. (14절) 다리의 경우 경험적인 기대는 다리의 붕괴 여부에 대한 기대이다. 따라서 만일 두 사례가 대칭적이려면 컴퓨터에 대한 경험적 기대는 물리적 하드웨어의 기계적 (오)작동 여부에 대한 기대일 것이다. 프로그램상의 출력인 두 개의 숫수에 대한 기대는 아닌 것이다. 따라서 컴퓨터의 경우 경험적 기대는 일차적으로 골드바흐 추측의 증명을 적용해 생긴 기대는 아닌 것이다.

반면 다리의 경우에는 분명 다리가 무너지거나 무너지지 않는 경험적인 사태에 대한 실질적인 기대가 있다. 그렇다면 그러한 예측을 이끌어내기 위한 자연법칙이 있을 것이다. 이 법칙은 수학 공식으로 표현되며 여기서 수학적 조작을 통해 예측을 이끌어낸다. 따라서 실질적인 기대가 발생하려면 수학적 존재에 대한 믿음이나 직관이 필요해진다고 할 수도 있다. 하지만 그러한 기대나 내용을 자연법칙에만 국한시키고 수학은 편리하긴 하지만 내용 없는 도식만을 제공한다고 볼 수는 없을 것인가? 괴델은 이런 식으로 수학과 자연법칙을 분리해 법칙에만 내용을 부여할 수는 없다고 본다(34절). 수학 없이는 법칙에서 예측을 이끌어낼 수 없으며 따라서 법칙 단독으로는 실질적 내용이 없다는 것이다.

카르납 또한 수학을 경험과학에 적용하려면 구문 규칙만으로는

불충분하다는 점은 인정할 것이다. 실질적인 기대가 발생하려면 무엇보다 그러한 구문 규칙에 의미를 부여하지 않으면 안 되기 때문이다. 그렇다고 해도 그 의미가 추가적인 수학적 내용이나 직관에 의해 주어진다는 괴델의 추론은 타당하지 않다. 오히려 그 의미는 과학의 적용 또는 해석 규칙을 통해 주어진다. 괴델이 말하는 실질적인 기대는 수학 자체가 아닌, 과학에의 적용 과정에서 발생한다. 서론의 비유대로라면, 혈액이 통하기 위해 그것은 **어디에선가** 혈관으로 흘러들지 않으면 안 된다. 카르납이 라이헨바흐를 따라 '대응'(Zuordnung)이라고 부르는 별도의 규칙 또는 정의가 바로 혈액이 빈 혈관으로 흘러드는 지점이라고 할 수 있다. 카르납은 "대응을 통해서만 공리체계가 경험문장에 적용가능하다"고 단언한다. (Carnap 1934/1937, 78) 수학의 과학의 적용 과정을 소박하게 바라봐서는 안 된다. 바로 이런 장치를 통해서 과학의 전체 체계에 혈액이 흘러들고 의미가 생기는 지점을 추적할 수 있는 것이다. 다음 절에서는 카르납이 이러한 별도의 규칙을 통해 어떻게 수학의 무내용성을 확보하는지 알아보겠다.

5. 대응 규칙과 수학의 무내용성

먼저 수학을 적용한 일상적 사례를 살펴보자. 나는 이후 수학을 과학에 적용한 사례 또한 동일하게 취급할 수 있다고 주장할 것이다.

사례1

전제1. 지금 교실에 세 남학생이 있다.

전제2. 지금 교실에 여섯 여학생이 있다.

전제3. 남학생과 여학생은 학생(집합)을 분할(partition)한다.

정의. G와 H가 F를 분할하면, F의 기수(cardinal number)는 G와 H 기수의 합이다.

이로부터, 지금 교실에 3 + 6 학생이 있다.

정리. 3 + 6 = 9.

결론. 따라서 지금 교실에 아홉 학생이 있다. (Carnap 1939, 45)

내가 이 사례를 선택한 이유는 그것이 가장 전형적인 수학의 적용 사례이면서 동시에 카르납이 수학의 무내용성을 주장하는 핵심 사례이기 때문이다. 이 사례의 전제는 관찰로 확립된 사실이다. 이로부터 결론에 이르는 과정에 '3 + 6 = 9'라는 산술의 정리가 사용되었다. 이것이 결론 도출에 필요한 수학의 전부이다. 그렇다면 그것이 어떤 새로운 내용을 추가하여 실질적인 기대를 발생시켰는가? 아니다. 결론의 내용은 전제에 들어 있는 내용 이상을 이야기하지 않는다. 결론에 대한 기대는 이미 전제로부터 기대할 수 있는 것이다. 산술의 정리를 쓴다고 그것이 어떤 기대를 만들어 낸 것은 아니다. 결론이 어떤 경험적 예측이라고 한다면 그것은 전제에서 확립한 경험적 사실에 전적으로 기대고 있는 것이다.

만일 이 사례가 너무도 하찮은 사례처럼 보인다면 수학을 과학에 적용한 좀 더 현실적인 사례를 살펴볼 수 있겠다. 카르납이 제시하는 예는 다음과 같다. (Carnap 1939, 58-59)

사례2

공리1. 모든 $x, t_1, t_2, l_1, l_2, T_1, T_2, \beta$에 대해,

x가 Sol이고 $\mathrm{lg}(x, t_1) = l_1$, $\mathrm{lg}(x, t_2) = l_2$, $\mathrm{te}(x, t_1) = T_1$, $te(x, t_2) = T_2$, $th(x) = \beta$이면, $l_2 = l_1 \times (1 + \beta \times (T_2 - T_1))$.

공리2. 모든 x에 대해 x가 Sol이고 Fe라면, $\beta = 0.000012$.

전제.

c는 Sol이고 Fe, $te(c, 0) = 300$, $te(c, 600) = 350$, $\lg(c, 0) = 1000$.
정리. $l_2 = l_1 \times (1 + \beta \times (T_2 - T_1))$일 때, 오직 그때만
$l_2 - l_1 = l_1 \times \beta \times (T_2 - T_1)$.
결론. $\lg(c, 600) - \lg(c, 0) = 0.6$.

각 기호에 대한 **통상적인** 해석을 해보자. ‘lg(x, t)’는 x 물체의 t 시점에서의 길이이며, ‘te(x, t)’는 x 물체의 t 시점에서의 온도이다. ‘th(x)’는 열팽창 계수, Sol과 Fe는 각각 고체와 철을 나타낸다. 이러한 통상적 해석 아래서만 공리1과 2는 자연 법칙이 된다. 특히 공리1은 고체의 열팽창 법칙이며, 공리2는 철의 열팽창 계수이다. 결론은 600초 후 온도가 50도 상승했을 때 철이 팽창한 길이를 나타낸다.

이제 이 사례는 괴델이 제시한 다리의 붕괴와 정확히 대칭적인 사례이다. 카르납이 ‘공리’라고 한 자연 법칙이 있으며, 수학을 적용해 경험으로 확인할 수 있는 사태를 예측하기 때문이다. 그렇다면 이 과정에서 어떤 수학적 내용이 추가되었는가? 여기서 쓴 유일한 수학 정리는 ‘l_2 – l_1’을 계산한 과정이다. 열팽창 법칙을 변형해 팽창한 길이에 관한 표현을 얻은 것이다. 그런데 이 과정은 ‘3 + 6 = 9’와 마찬가지의 산술이다. 다만 곱에 관한 표현이 추가되었을 뿐이다. 따라서 ‘3 + 6 = 9’가 어떤 새로운 기대를 만들어 내지 않는다면 이 정리도 새로운 기대를 만들어 내지 않는다. 만일 새로운 기대를 만들어 냈다면 그것은 곱셈이 만들어 낸 것일 텐데 왜 덧셈에 없던 기대가 곱셈에서 생기겠는가? 따라서 다리의 붕괴, 열팽창, 학생의 수 모두 대칭적인 사례로 수학의 무내용성은 유지된다.

이러한 내 추론이 의심스럽다면 사례2에 대한 또 다른 해석을 살펴보자. ‘lg(x, t)’는 x 행성의 t 시점에서의 온도이며, ‘te(x, t)’는

x 행성의 t 시점에서 이산화탄소 양이다. 'th(x)'는 매개변수, Sol과 Fe는 각각 행성과 지구를 나타낸다. 이러한 해석에서 공리1은 행성 온난화 법칙이며, 공리2는 지구의 온난화 비례상수이다. 결론은 600년 후 이산화탄소 농도가 50 증가했을 때 증가한 지구의 온도를 나타낸다. 또 다른 해석에 따르면 'lg(x, t)'를 한 포식자 집단의 개체수, 'te(x, t)'를 피식자 집단의 개체수, 결론은 포식자 집단 개체수의 증가이다. 이렇듯 통상적 해석 외에 다양한 해석이 가능하며 각각의 경우 결론에서 전혀 다른 기대가 발생한다.

물론 열팽창은 사례2의 '의도된 또는 통상적인 해석'(intended or customary interpretation)이다. 하지만 그런 표현을 쓴다는 것 자체가 별도의 해석이 필요하다는 것이다. 중요한 것은 이러한 통상적 해석 이전에 전체 연역은 어떠한 경험적 대상에 대해서도 이야기하지 않는다는 것이다. 다만 그것은 경험적 대상에 의해 채워질 도식일 뿐이다. 공리 체계는 해석에 대해 중립적이며, 그 자체로는 어떠한 특정 해석도 포함하지 않는다. 그럼에도 우리는 전체 체계를 하나의 완벽한 수학적 연역으로 인정한다. 만일 괴델이 주장하는 대로 수학이 부분적으로 그러한 기대를 발생시킨 것이라면, 같은 수학이 왜 그리도 상이한 기대를 만들어 내는가? 이것은 그러한 기대의 본질이 수학에서 오는 것이 아니라, 수학의 해석에 있다는 것을 보여준다.

그리고 이러한 수학의 해석에서 필수적인 역할을 하는 것이 카르납이 대응 규칙(correspondence principle)이라고 부르는 공리 체계 밖의 별도의 규칙이다. 통상적 해석 아래 'lg(x, t)'는 '길이'(length)를 나타낸다. 그런데 여기서 'lg'라는 기호는 통상적 해석을 떠올리기 위한 장치일 뿐 반드시 길이를 뜻할 필요는 없다. 물론 그 기호는 순수 수학에 등장하지 않는 서술 기호(descriptive sign)이며 이 기호를 사용해 어떤 자연 법칙(공리1)을 표현한다. 하

지만 서술 기호를 사용한다고 그 체계가 해석된 체계인 것은 아니다. 기하에서도 ‘점’, ‘선’, ‘면’과 같은 서술 기호가 얼마든지 사용될 수 있기 때문이다. 따라서 ‘lg(x, t)’가 ‘길이’(length)를 나타내기 위해서는 그것이 경험적으로 측정될 수 있어야 한다. 그리고 이를 위해 ‘lg(x, t)’를 길이 측정 과정과 이어주는 규칙이 필요하다. 이산화탄소나 개체수 측정이 아닌, 길이 측정과 이어질 때만 열팽창이라는 통상적 해석이 성립하는 것이다. 곧 ‘의도된 해석’의 ‘의도’는 대응 규칙을 통해서 표현되는 것이다. 대응 규칙 없는 전체 체계(연역 과정)는 빈 도식에서 부유할 뿐 실질적인 내용이 포함되지는 않는다.

초기의 카르납은 대응 규칙을 프로토콜 문장과 같은 실험실의 단칭 문장과의 대응으로 이해했다. ‘lg(c, 0)’와 ‘te(c, 0)’ 각각은 예를 들어 1938년 8월 17일 10시에 카르납이 측정한 철막대의 길이와 온도이다. (Carnap 1939, 58, 60) 이후 카르납은 이러한 제한을 점차 완화해 단칭 문장이 아닌, 일반적인 관측 용어(observational terms)와의 연결로 충분하다고 한다. (Carnap 1956, 46-47; Carnap 1966, 233) 어떤 것을 ‘관찰 용어’로 볼 것인지는 실용적인 결정의 문제이다. 예를 들어 ‘온도’는 ‘평균 분자 운동에너지’로 정의하면 이론 용어이지만, ‘수은주의 높이’로 규정되면 관측 용어이다. 중요한 것은 이론 용어와 관찰 용어를 구분한다는 것이다. 이를 통해 이론 용어만을 포함하는 이론 언어와 관찰 용어를 포함하는 관찰 언어가 구분되며, 이론 언어는 대응 규칙에 의해 해석된다. 그리고 그렇게 해석될 때 사례2는 지구의 온도나 포식자 개체수가 아닌, 열팽창에 대한 예측을 할 수 있다.

대응 규칙을 통한 공리 체계의 해석이 체계 전체에 대해 이루어질 필요는 없다. 공리와 전제의 이론 용어에 대한 선별적이고 부분적인 해석으로 충분한 것이다. 수혈을 위해 온몸의 곳곳에 피를 통

할 필요는 없다. 한 곳에서 통하는 것만으로 충분하다. 중요한 것은 적어도 한 곳에서는 체계 밖의 피가 흘러들어야 한다는 것이다. 일단 그러한 연결이 확립되면 여기서 논리수학적 추론을 통해 가장 세세한 부분에까지 피가 통한다. 체계의 말단 결론까지 경험이 적재된 진술로 변화하는 것이다. 대응 규칙은 바로 이렇게 체계에 혈액이 흐르는 부분을 그렇지 않는 빈 도식과 정확히 분리하는 역할 또한 하고 있다.

이러한 논의에 대해 괴델은 다음처럼 반론할 수 있다. 물론 수학에 **경험적인** 내용이 없다는 것은 인정한다. 하지만 여전히 수학의 **개념적인** 내용이 배제되는 것은 아니다. 수학의 적용에서 기대가 발생하거나 내용이 추가된다고 할 때에는 바로 이러한 내용, “사물의 조합에 관한 개념”(34절)이 추가되는 것이다. 카르납은 ‘내용’을 처음부터 ‘경험적 또는 비논리적 내용’으로 좁게 정의한다. 그런데 이것은 수학의 무내용성에 대한 심각한 논점선취이다(Gödel 1953/9, 354). 실제로 『구문론』에서 카르납은 언어 체계마다 구문론적인 ‘내용’을 정의한다. (Carnap 1934/1937, 42, 120, 175) 어떤 문장의 ‘내용’이란 그것의 귀결 가운데 분석 문장 또는 타당 문장(모든 문장의 귀결)을 제외한 것이다. 이러한 정의는 괴델의 혐의를 불러일으키기에 충분하다. 정의에 의해 논리나 수학의 문장이 내용을 갖지 않는 것이다. 이후 콰인이 임의로 이름붙인 것에 지나지 않는다고 했던 분석과 종합의 구분처럼 이러한 정의는 ‘내용’에 대한 철학적 논점선취가 아닌가?

이에 대해 내 답변은 다음과 같다. 물론 ‘내용’을 어떻게 정의할 것인지는 각자의 자유이다. 다만 ‘경험적 내용’과 구분되는 ‘개념적 내용’이 있다면 그것을 분명히 밝혀 보일 필요가 있다. 그렇지 않으면 실질적 논쟁이 아닌, ‘내용’에 관한 명목상의 차이밖에 없다. 그런데 과연 수학에 그러한 ‘개념적 내용’이 있기라도 한가? 괴델

이 말하는 '개념적 내용'을 그나마 구체적으로 표현한 것이 "사물의 조합에 관한 개념(의 특성)"이다. 괴델은 수학을 과학에 적용할 때 바로 이 특성이 추가된다고 보는 것이다. 그런데 이것이 왜 '경험적 내용'과 구분되는 '개념적 내용'인가? 괴델이 주장하고 있는 것은 '3 + 6 = 9'를 적용하면 어떤 개념적 내용이 추가된다는 것이다. 곧 '세 남학생'과 '여섯 여학생'에는 없는 개념적 내용이 '아홉 학생'에는 추가된다. '9'는 '3 + 6'을 형식적으로 변환한 결과가 아니라 새로운 개념적 내용이 추가된 결과라는 것이다.

여기서 괴델의 논변은 '3 + 6 = 9'가 가령 '3 + 6 = 10'일 때와는 **다른** 기대를 발생시킨다는 것이 아니다. 문제는 '3 + 6 = 9'이건 '3 + 6 = 10'이건, 그것이 '경험적 내용'과 구별되는 '개념적 내용'을 가지기라도 하는가이다. '다른' 기대라는 것은 이미 그러한 기대가 수학에서 생긴다는 것을 전제하고 있기 때문에 카르납에 대한 반론이 되지 못한다. 카르납이라면 '3 + 6 = 9' 대신 '3 + 6 = 10'이라고 해도 달라지는 것은 없다. '9'나 '10'은 그 자체로 어떤 경험적 내용도 갖지 않기 때문이다. 그것이 다른 기대를 발생시키려면 '9'나 '10'이 예를 들어 사람 숫자를 세는 절차와 연결되어 '9명'이나 '10명'으로 해석되어야 하는 것이다. (Carnap 1963, 48 참고) 물론 '3 + 6 = 10'의 언어틀을 일관되게 적용하는 과학자는 그리 좋은 과학자는 아닐 것이다. 곧 수학이 만들어내는 차이는 실질적인 내용의 차이가 아니라 과학에 적용되어 발생하는 실용적 차이가 전부인 것이다.

그런데 괴델이 믿는 대로 조합에 관한 어떤 개념적 내용이 추가된다면 '2 + 3 + 4 = 9'의 경우 더한 내용이 추가된 것인가? 아마도 그래야 할 것이다. 예를 들어 두 아이와 세 남자, 네 여자가 모두 아홉 사람이라는 것은 대상 셋의 조합이며 개념을 조합하려는 노력이 조금 더 필요해질 것이다. '3 + 4 + 5 – 3'은? 이 경우

또한 더한 내용이 추가될 것이다. '3^2'은 어떠한가? 곱셈은 덧셈이나 뺄셈에 비해 더한 내용이 추가되는가? 미적분의 경우는 산술보다 더 많은 내용이 추가되는가? 이러한 질문에 답변이 애매하다면 개념적 내용에는 처음부터 더하고 덜한 것이 없는 것인가?

아니면 개별적인 적용 사례에서 개념적 내용이 추가되는 것이 아니라 산술의 공리에서 이미 개념적 내용은 추가된 것인가? 수학을 적용할 때 추가되는 개념적 내용은 모두 공리가 담지하는 것인가? 그렇다면 공리 가운데 존재 공리는 특별한 내용을 추가하는가? '개념적 내용'을 둘러싼 이러한 모든 난점에 대해 분명히 답할 만큼 괴델은 충분히 '개념적 내용'을 논의하지 않았다. 다만 괴델은 "수학의 개념적 내용은 유한주의적 조합론보다 무한히 많다"(1953/9-III, 350)고 주장한다. 따라서 그가 내용의 양적 비교를 인정하고 수학의 내용은 공리 체계에 의해 소진 불가능하다고 본 것으로 추측할 수 있다.

물론 그런 주장(지적한 여러 난점에도 불구하고)을 유지하는 것과 그것을 논증하는 것은 다른 이야기이다. 여기서 괴델이 수학에 개념적 내용이 있다고 주장하는 유일한 근거는 기대가능성 논변이다. 곧 수학은 자연 법칙과 함께 과학의 경험적 예측에 필수적이라는 것이다. 앞서 살핀 대로 자연 법칙에서 구체적 예측을 이끌어 내는 과정에 수학이 사용된다. 곧 과학의 경험적 예측에는 수학의 정리, 자연 법칙, 대응 규칙 모두가 필요하다. 그렇다면 예측에 기여하는 각각의 부분(특히 수학)을 내용이 있는 것으로 인정해야 한다는 것이다.

그러나 이것은 수학에 별도의 **개념적** 내용이 있다는 것을 보여주지 않는다. 경험적 예측의 결과로 '경험적 내용'이 발생하는 것은 분명하다. 그렇다면 왜 수학에 '경험적 내용'과 구분되는 '개념적 내용'을 부여해야 하는가? 수학은 여전히 형식적 추론을 위한 편의

상의 장치로 볼 수도 있기 때문이다. 수학이 경험적 예측에 필요하다는 이유만으로 개념적 내용이 생기는 것이 아니다. 대응 규칙 또한 예측에 필수적이지만 그렇다고 대응 규칙에 별도의 개념적 내용이 있는 것은 아니다. 또한 수학을 쓰지 않은 과학적 진술에 내용이 없는 것도 아니다. 일단 대응 규칙에 의해 해석된 과학적 진술은, 수학이 포함되지 않은 단칭 문장일지라도, 이미 경험적 내용을 포함하고 있다. 따라서 경험적 기대에 호소해 수학의 개념적 내용을 확보하려는 괴델의 시도는 실패한다.

6. 괴델 정리의 진정한 함축과 카르납의 철학적 기획

논의를 정리해 보자. 우리는 구문론적 관점에서 출발해 두 개의 조건을 집중적으로 검토했다. 그리고 각각의 조건, 특히 수학의 적용에 관한 기대가능성 논변에 카르납이 어떻게 대응할지 알아보았다. 그럼 이제 이들 조건과 무관하게 일관성 증명에 대한 카르납의 태도를 알아보자. 결국 괴델은 어떤 논변을 동원해도 구문론적 관점은 불완전성 정리, 특히 산술 체계의 일관성 증명에 관한 두 번째 정리를 피해갈 수 없다고 볼 것이다.

> 나는 1925년 이래 개념적, 수학적 실재론자였으며, 수학은 언어의 구문론이라는 견해를 가진 적은 없습니다. 오히려 이 견해는 어떤 그럴듯한 방식으로 이해해도, 내 결과에 의해 **반증**될 수 있습니다. (Gödel 1975/2003, 444, 원문 강조)

여기서 “내 결과”가 그의 두 번째 정리를 가리킨다는 것은 분명하다. 하지만 묻고 싶은 것은 왜 특히 구문론적 관점만이 괴델의 기술적 결과와 충돌하는가이다. 과연 괴델 정리에 그런 철학적 함축이 있기라도 할까?

흔히 ‘회의주의적 해석’이라고 하는 견해에 따르면 괴델 정리는

산술의 일관성에 대한 우리의 믿음을 침식한다. 하지만 조금만 검토해 보면 이것은 근거 없는 결론이라고 할 수 있다. 산술의 일관성 증명에 대한 괴델의 두 번째 불완전성 정리가 증명한 것은 어떤 일관되고 '충분히 강력한' 체계 S에 대해 S의 일관성을 표현하는 문장은 S에서 증명불가능하다는 것이다. 여기서 충분히 강력한 체계는 '일정 정도'의 산술을 포함하는 체계인데, 그 일정 정도란 괴델의 첫 번째 불완전성 정리, 곧 '체계 S가 일관되면, 괴델 문장 G는 S에서 증명불가능하다'는 문장 자체를 형식화하고 증명할 있는 정도를 말한다. 이 경우 S에서 S의 일관성을 형식적으로 증명하면, S의 괴델 문장 G 또한 증명가능하다. 하지만 S가 일관되면 첫 번째 정리에 의해 G는 증명불가능하다. 따라서 'S가 일관되면 S의 일관성은 S에서 증명이 불가능하다'는 것이 두 번째 불완전성 정리이다.

문제는 이 두 번째 정리 자체가 조건문의 형식으로 우리는 여전히 전건, 곧 S가 일관되는지 아닌지를 모른다는 것이다. 따라서 괴델 정리 자체는 S의 일관성에 대한 의심을 더해주지도, 덜어주지도 않는다. 만일 처음부터 체계의 일관성을 의심한다면, S에서 S의 일관성을 증명했더라도 믿을 수 없는 증명이 될 것이다. 반대로 처음부터 체계의 일관성을 믿는다면, S에서 S의 일관성을 증명했더라도 그 믿음은 강해지지 않을 것이다. 비일관 체계는 S의 일관성을 포함한 아무것이나 증명할 것이기 때문이다.[7)]

따라서 괴델의 정리는 일관성 자체에 대한 믿음이 아닌, 일관성이 유한주의와 같은 약한 방법으로 증명될 수 있다는 믿음(또는 그러한 증명만이 일관성의 유일한 근거라는 믿음)만을 건드린다. 하지만 이러한 믿음과 카르납은 관련 없는 이야기이다. 『구문론』에

7) 괴델 정리와 철학적 회의의 무관련성을 주장한 (Franzén 2005, 105)과 이를 따르는 (Berto 2009, 10장)을 보라.

서 카르납은 괴델 정리 이후 힐베르트의 기획의 난점을 지적한 뒤 온당하게도 다음과 같이 말한다.

> [고전 수학을 포함하는 대상 언어의 일관성 증명 과정에] 어떤 형식적인 오류가 없다고 해도 대상 언어에 모순이 없을지는 절대적으로 확신할 수 없다. 이 증명이 대상 언어보다 강력한 자원을 포함하는 구문[메타] 언어에서 행해졌으며, 이 구문 언어에서 (그리고 우리의 일관성 증명에서도) 모순이 나타나지 않으리란 보장이 없기 때문이다(Carnap 1934/1937, 129).

만일 메타 언어의 일관성을 증명하려 한다면 메타-메타 언어의 자원(카르납의 추측과 달리 반드시 더 강력할 필요는 없다)이 필요할 것이며, 메타-메타-메타 언어와 같은 식으로 올라갈 것이다. 바로 이런 상황에서 카르납은 "**모든 수학적인 것이 형식화될 수 있지만 수학 자체는 한 체계에 의해 소진될 수 없으며**, 더 강력한 언어의 무한한 계열이 필요하다"(Carnap 1934/1937, 222, 원문 강조)고 하는 것이다. 괴델 정리의 긍정적인 측면이 있다면 그것은 수학의 이러한 소진불가능성(inexhaustibility)을 보였다는 것이다.

괴델 자신(Gödel 1951, 309)도 바로 이것이 두 번째 정리의 함축이라고 일관되게 강조한다. 적어도 이 함축을 이끌어냈다는 점에서 괴델과 카르납은 의견이 일치한다.[8] 물론 괴델은 여기서 한 걸음 더 나아가 그렇게 소진되지 않는 객관적인 수학의 내용에 대한 실재론을 타진할 것이고, 카르납은 그러한 과도한 철학 앞에 겸허해질 것이다. 하지만 카르납은 적어도 자신의 철학적 동기에 대해

---

8) 재미있게도 이것은 괴델이 그의 정리를 증명하기 전부터 가졌던 생각이다. 카르납 비망록의 1929년 12월 23일자에 다음 기록이 있다. "괴델이 수학의 **소진불가능성**에 대해 이야기하다(별도 용지를 보라). 그는 브라우어의 비엔나 강연에서 영감을 받았다. 수학은 완전히 형식화할 수 없다. 그가 옳은 것처럼 보인다." (Wang 1987, 84, 강조는 내가)

그것이 인식론적 확실성이나 토대주의를 목표로 한다는 오해를 푼 것만으로도 기뻐할 것이다.

위 인용문은 『구문론』에서 카르납의 기획에 대해 많은 것을 시사한다. 산술의 일관성에 대한 절대적인 확신이 없다면 여전히 ‘산술은 일관되는가’라는 철학적인 의문이 남을 것이다. 하지만 이것이 어떠한 일관성 증명으로도 해소될 수 없다는 것이 괴델 정리가 보여주는 것이다. 그렇다고 수학적 참을 직관할 수 있는 능력이 유일한 출구는 아니다. 실제로 페아노 산술 체계나 체르멜로-프랑켈의 집합론 체계가 일관되는가라는 물음에 대부분의 수학자는 그렇다고 믿을 것이다. 그리고 그 근거로는, 어떤 증명이나 철학적 견해보다도 지난 한 세기 간 수학의 실제를 거론할 것이다. 이 체계는 풍부한 성과를 냈으며 거기서 아직 어떠한 명시적인 모순도 발견되지 않았다. 이것은 수학자의 과거 경험에 호소하는 귀납이긴 하지만 인식론적으로 우려할 만한, 그래서 다른 방법으로 해소돼야 할 그런 귀납은 아니다. 오직 수학의 실제를 어떤 토대 위에 정당화하려는 인식론적 기획 아래서만 우려할 상황인 것이다.

반면 카르납의 반토대주의적 과학적 철학은 바로 이런 기획과의 결정적인 결별을 의미하는 것이다. “우리 작업은 [철학적] 금지를 설정하는 것이 아니라, [과학자들이 서로 합의할 수 있는] 규약에 이르는 것이다.” (Carnap 1934/1937, 51) 카르납은 논리학자들이나 수학자들이 자신의 작업의 ‘철학적 함축’이나 ‘정당성’, ‘의미’에 구애받지 말고 과학의 언어를 지속적으로 강력하고 풍부하게 해갈 것을 주문하는 것이다. 철학적 회의와 논쟁은 바로 이런 기술적이면서도 건설적인 과업으로 대치되어야 한다. 그리고 그러한 배경 아래서 괴델에 대한 카르납의 응답은 과학의 실제와 일관된 입장으로 유효할 것이다.

참고문헌

박일호 (2007), “괴델과 카르납: 수학은 언어의 구문론인가?”, 『과학철학』, 10-1, pp. 27-56.

전영삼 (2009), “괴델 이후의 힐베르트와 카르납: 체계 상대성 문제를 중심으로”, 『과학철학』, 12-2, pp. 111-150.

Awodey, S. and Carus, A. W. (2003), “Carnap vs. Gödel on Syntax and Tolerance”, in P. Parrini et. al. (eds.), *Logical Empiricism: Historical and Contemporary Perspectives*, Pittsburgh: Pittsburgh University Press, pp. 57-64.

Awodey, S. and Carus, A. W. (2004), “How Carnap Could Have Replied to Gödel”, in S. Awodey and C. Klein (eds.), *Carnap Brought Home: The View from Jena*, LaSalle, IL: Open Court, pp. 179-200.

Awodey, S. and Carus, A. W. (2010), “Gödel and Carnap”, in S. Feferman et. al. (eds.), *Kurt Gödel: Essays for his Centennial,* Cambridge: Cambridge University Press, pp. 252-274.

Berto, F. (2009), *There's Something About Gödel: The Complete Guide to the Incompleteness Theorem*, UK: Wiley-Blackwell.

Carnap, R. (1927), “Eigentliche und uneigentliche Begriffe”, *Symposion* 1, pp. 355-374.

Carnap, R. (1934/1937), *Logical Syntax of Language*, London: Kegan Paul.

Carnap, R. (1937), “Testability and Meaning-Continued”, *Philosophy of Science*, 4-1, pp. 1-40.

Carnap, R. (1939), *Foundations of Logic and Mathematics, International Encyclopedia of Unified Science*, vol. I, number 3, Chicago: The University of Chicago Press.

Carnap, R. (1950a), *Logical Foundations of Probability*. Chicago: The University of Chicago Press.

Carnap, R. (1950b), "Empiricism, Semantics, and Ontology", reprinted in his *Meaning and Necessity: A Study in Semantics and Modal Logic*, Chicago: The University of Chicago Press, pp. 205-21.

Carnap, R. (1952/1990), "Quine on Analyticity", unpublished manuscript in R. Creath ed., *Dear Carnap, Dear Van: The Quine-Carnap Correspondence and Related Work*, Berkeley, CA: University of California Press, pp. 427-432.

Carnap, R. (1956), "The Methodological Character of Theoretical Concepts", in *Minnesota Studies in the Philosophy of Science* 1, pp. 38—76.

Carnap, R. (1963), "Intellectual Autobiography", in P. A. Schilpp (ed.), *The Philosophy of Rudolf Carnap*, LaSalle, IL: Open Court, pp.

Carnap, R. (1966), *Philosophical Foundations of Physics: An Introduction to the Philosophy of Science*, New York: Basic Books.

Carus, A. W. (2007), *Carnap and Twentieth-Century Thought: Explication as Enlightenment*, Cambridge: Cambridge University Press.

Franzén, T. (2005), *Gödel's Theorem: An Imcomplete Guide to Its Use and Abuse*, Wellesley, MA: A K Peters.

Friedman, M. (1988), "Logical Truth and Analyticity in Carnap's 'Logical Syntax of Language'", in W. Aspray and P. Kitcher (eds), *History and Philosophy of Modern Mathematics*, Minneapolis: University of Minnesota Press, pp. 82-94.

Friedman, M. (1999), "Tolerance and Analyticity in Carnap's Philosophy of Mathematics", in M. Friedman, *Reconsidering Logical Positivism*, Cambridge: Cambridge University Press, pp. 198-233.

Friedman, M. (2009), "Tolerance, Intuition, and Empiricism", in P. Wagner (ed.), *Carnap's Logical Syntax of Language*, UK: Palgrave–Macmillan, 236–249.

Demopoulos, W. (2007) "Carnap on the Rational Reconstruction of Scientific Theories", in M. Friedman and R. Creath (eds.) *Cambridge Companion to Carnap*, Cambridge: Cambridge University Press, pp. 248–272.

Gödel, K. (1951) "Some Basic Theorems on the Foundations of Mathematics and their Implications", in S. Feferman et al. (eds.), *Gödel, Collected Works*, vol. III: *Unpublished Essays and Lectures*, Oxford: Oxford University Press, pp. 304-323.

Gödel, K. (1953/9), "Is Mathematics Syntax of Language?", version III and version V, in S. Feferman et al. (eds.) *Gödel, Collected Works*, vol. III: *Unpublished Essays and Lectures*, Oxford: Oxford University Press, pp. 334-362.

Gödel, K. (1975/2003), "Correspondence with Burke D. Grandjean", S. Feferman et al. (eds.), *Gödel, Collected Works*, vol. IV: *Correspondence A–G*, Oxford: Oxford University Press, pp. 442–450.

Goldfarb, W. (1995), "Introductory Note to *1953/9", in S. Feferman et al. (eds.), *Gödel, Collected Works*, vol. III: *Unpublished Essays and Lectures*, Oxford: Oxford University Press, pp. 324-34.

Goldfarb, W. (1996), "The Philosophy of Mathematics in Early Positivism", in R. Giere and A. Richardson (eds.), *Origins of Logical Empiricism*, Minneapolis: University of Minnesota Press, pp. 213-230.

Goldfarb, W. and Ricketts, T. (1992), "Carnap and the Philosophy of Mathematics", in D. Bell and W. Vossenkuhl (eds.), *Science and Subjectivity: The Vienna Circle and Twentieth Century Philosophy*, Berlin: Akademie-Verlag, pp. 61-78.

Kuhn, T. (1970), *The Structure of Scientific Revolutions*, 2nd Edition, Chicago: Chicago University Press.

Ricketts, T. (1994), "Carnap's Principle of Tolerance, Empiricism, and Conventionalism", in P. Clark and B. Hale (eds), *Reading Putnam*, Oxford: Blackwell, pp. 176-200.

Ricketts, T. (2007), "Tolerance and Logicism: Logical Syntax and the Philosophy of Mathematics", in M. Friedman and R. Creath (eds.), *Cambridge Companion to Carnap*, Cambridge: Cambridge University Press, pp. 200-225.

Sarkar, S. (1992), "'The Boundless Ocean of Unlimited Possibilities': Logic in Carnap's Logical Syntax of Language", *Synthese*, 93, pp. 191-237.

Stein, H. (1992), "Was Carnap Wrong After All?", *Synthese*, 93, pp. 275-295.

Tennant, N. (2008), "Carnap, Gödel, and the Analyticity of Arithmetic", *Philosophia Mathematica*, III, 100-112.

Wagner, P. and Beaney, M. (2012), *Carnap's Ideal of Explication and Naturalism*, UK: Palgrave-Macmillan.

서울대 철학과
Department of Philosophy, Seoul National University
philist@hotmail.com

Mathematics as Syntax: Gödel's Critique and Carnap's Scientific Philosophy

Jeongmin Lee

In his unpublished article, "Is Mathematics Syntax of Language?," Gödel criticizes what he calls the 'syntactical interpretation' of mathematics by Carnap. Park, Chun, Awodey and Carus, Ricketts, and Tennant have all reconstructed Gödel's arguments in various ways and explored Carnap's possible responses. This paper first recreates Gödel and Carnap's debate about the nature of mathematics. After criticizing most existing reconstructions, I claim to make the following contributions. First, the 'language relativity' several scholars have attributed to Carnap is exaggerated. Rather, the essence of Gödel's critique is the applicability of mathematics and the argument based on 'expectability'. Thus, Carnap's response to Gödel must be found in how he saw the application of mathematics, especially its application to science. I argue that the 'correspondence principle' of Carnap, which has been overlooked in the existing discussions, plays a key role in the application of mathematics. Finally, the real implications of Gödel's incompleteness theorems – the inexhaustibility of mathematics – turn out to be what both Gödel and Carnap agree about.

Key Words: Gödel, Carnap, incompleteness theorems, consistency, correspondence principle