논리연구 22-3(2019) pp. 351-395

베이즈주의와 헴펠: 베이즈주의자들은 헴펠의 직관을 포착하는가?*

이 일 권

【국문요약】 까마귀 역설의 역설적 결론은 입증에 대해 헴펠이 가지고 있던 직관이다. 베이즈주의자들의 표준적 해결책(SBS)은 이 직관을 포착함으로써, 입증에 대한 헴펠의 직관을 정교화 시켰다는 평가를 받는다. 하지만 헴펠이 제시한 직관은 그것만이 아니었다. 헴펠은 그 역설적 결론과 더불어 또 하나의 직관을 제시했다. SBS는 엄밀한 의미에서 이 두 번째 직관을 포착하지 못한다. 하지만 나는 베이즈주의자들이 그들의 전형적인 전략을 이용하여 이 두 번째 직관을 구제할 것으로 예상한다. 그런 전략이 인정된다면, SBS에 대한 긍정적 평가는 건재하다. 역설에 대한 헴펠의 해명은 이들 두 직관이 제공하는 입증 관계를 비교한다. 헴펠이 제시한 두 직관을 받아들이면 그런 비교에 대한 헴펠의 또 다른 직관이 도출된다. 따라서 그 세 번째 직관을 포착하지 못한다면, 헴펠의 직관을 제대로 포착한다고 말할 수 없다. 나는 이 글에서 헴펠의 주요 직관들이 SBS와 양립불가능하다는 것을 보인다. 그리하여 결국 이들이 양립가능하기 위해서는 SBS의 중요한 가정 하나를 거부해야 한다고 주장한다.

【주요어】 까마귀 역설, 베이즈주의 입증 이론, 헴펠, 입증 측도, 독립성 가정

투고일: 2019. 5. 28 심사 및 수정 완료일: 2019. 6. 28 게재확정일: 2019. 6. 30

* 이 논문의 초고는 제41차 전북대 철학과 대학원 워크샵과 2019 한국논리학회 봄 정기발표회에서 발표되었다. 당시 유익한 조언으로 논문을 개선하는데 도움을 주신 박준호, 정재민, 양은석 선생님 등의 청중들에게도 감사 말씀을 전한다. 이만큼이나마 논문의 모양새를 갖추게 된 데에는 항상 가까이에서 적절한 지적을 해주신 박일호 선생님의 도움이 컸다. 감사드린다. 아울러 논문의 초고를 읽고 몇 가지 제안을 해준 김성민에게도 감사의 말을 전한다. 마지막으로 익명의 심사위원 세 분께도 감사의 말씀을 드린다. 심사위원들의 지적에 의해서 논문의 미흡한 점들이 보완되었다.

1. 서론

“조사 대상이 검지도 않고 까마귀도 아니라는 증거가 모든 까마귀는 검다는 가설을 입증한다”는 역설적 결론을 함축하고 있는 이른바 ‘까마귀 역설(the raven paradox)’에 대해, 헴펠(Carl G. Hempel)은 나름의 해결책을 제시했다. 헴펠에 따르면, 그 결론이 역설적으로 보이는 것은 우리들 직관의 착오 때문이므로 그 역설적 결론은 수용되어야 한다. 한편, 베이즈주의자들도 헴펠과 비슷한 주장을 한다. 마찬가지로 문제의 결론을 받아들이는데, 더 훌륭한 점은 그 입증의 정도까지 말해준다는 것이다. 흔히, 베이즈주의의 입장은 헴펠의 입장을 보다 정교화 시킨 것으로 평가된다. 하지만 베이즈주의에 내려진 이런 평가는 다소 성급했다. 왜냐하면, 헴펠이 역설과 관련하여 제시한 직관은 그것만이 아니었기 때문이다. 헴펠의 첫 번째 직관이라고 할 수 있는 ‘역설적 결론’과 함께 제시된 헴펠의 두 번째 직관은 “조사 대상이 까마귀가 아니라는 정보가 주어졌을 때 그 대상이 검지도 않고 까마귀도 아니라는 증거가 모든 까마귀는 검다는 가설에 중립적이다”는 것이다. 역설에 대한 헴펠의 해명은 이들 두 직관이 제공하는 입증 관계를 비교한다. 헴펠이 제시한 두 직관을 받아들이면 그런 비교에 대한 헴펠의 또 다른 직관이 도출된다. 이로써 드러나는 헴펠의 세 번째 직관은 “조사 대상이 까마귀가 아니라는 정보가 주어졌을 때보다 주어지지 않았을 때 그 대상이 검지도 않고 까마귀도 아니라는 증거가 모든 까마귀는 검다는 가설을 입증하는 정도가 더 크다”는 것이다. 이렇듯, 입증에 대해 헴펠이 가지고 있던 주요 직관은 세 가지로 요약된다. 따라서 베이즈주의가 입증에 대한 헴펠의 직관을 제대로 포착한다고 말할 수 있으려면, 이들 세 가지 직관을 모두 포착해야 한다.

그럼 헴펠이 제시한 주요 직관들이 과연 베이즈주의 표준 해결책에서 모두 포착될 수 있을까? 나는 이 글에서 헴펠의 주요 직관들과 베이즈주의 표준 해결책이 양립불가능하다는 것을 보이고, 이들이 양립가능하기 위해서는 베이즈주의 표준 해결책의 중요한 가정 하나를 거부해야 한다고 주장한다.

이를 위해, 우선 2절에서는 논의의 배경이 되는 베이즈주의 입증 이론을 소개하고 까마귀 역설에 대한 헴펠의 두 가지 직관을 확인한다. 3절에서는 베이즈주의 표준 해결책이 헴펠의 첫 번째 직관을 포착하지만 두 번째 직관을 포착하지 못한다는 점을 확인하고, 4절에서는 유사 논의에서 실마리를 얻어 이런 실패에 대한 베이즈주의자들의 응답을 예상해봄으로써 두 번째 직관 또한 포착될 여지가 있다는 것을 논증한다. 그리고 5절에서는 헴펠의 세 번째 직관을 정식화하고 베이즈주의 표준 해결책이 그 마지막 직관을 포착하지 못한다는 것을 보임으로써, 베이즈주의 표준 해결책을 진단하고 나름의 처방을 제시한다.

2. 베이즈주의와 헴펠

2.1 베이즈주의 입증 이론

논의를 시작하기 이전에, 나는 '입증(confirmation)' 개념과 관련된 몇 가지를 가정하겠다. 첫 번째는 입증이 '정도의 문제(the matter of degree)'라는 것이다. 다음 두 가지 가설 H_1과 H_2를 생각해보자.

H_1: 어떤 동물원에는 퓨마가 있다.
H_2: 모든 동물원에는 퓨마가 있다.

더불어 다음 증거 E와 위 가설들 사이의 입증 관계를 생각해보자.

E: 대전 동물원에는 퓨마가 있다.

이 증거 E가 가설 H_1과 H_2를 모두 입증한다는 것은 분명해 보인다. 그런데 그 정도는 다른 것 같다. 왜냐하면 증거 E가 참일 때 가설 H_1은 참일 수밖에 없지만, 가설 H_2는 그렇지 않기 때문이다. 그렇다면 하나의 증거가 동시에 여러 가설들을 서로 다른 정도로 입증할 수 있는 것 같다. 따라서 입증은 단순히 입증 여부를 판정하는 정성적 문제로만 치부될 것이 아니라, 입증의 정도까지 고려해야하는 정량적 문제로도 여겨져야 할 것이다.

입증이 정도의 문제일 때, 주의해야 할 점이 있다. 그것은 그런 증거와 가설 사이의 입증 관계가 배경지식에 민감하다는 것이다. 다음의 배경지식 K가 이미 알려져 있는 경우를 생각해보자.

K: 전주 동물원에는 퓨마가 있다.

이 경우 H_1은 이미 충분히 입증되었기 때문에 E가 H_1을 추가로 입증하는 것 같지는 않다. 하지만 K가 알려져 있지 않은 경우에는 E가 H_1을 최대로 입증하게 된다. 이런 점을 고려하면, 증거가 가설을 입증하는 정도는 배경지식의 영향을 받는 것 같다. 따라서 나는 입증 관계가 가설과 증거 그리고 배경지식 사이에 성립하는 삼항관계라고 가정할 것이다.

마지막으로, 나는 입증의 정도가 측정될 수 있다고 가정할 것이다.[1] 여기서 입증의 정도를 측정할 수 있다는 것은 무슨 의미일

---

1) 이런 가정이 입증이 정도의 문제라는 견해에서 반드시 따라 나오는 것은 아니다. 입증이 정도의 문제라는 것을 인정하면서도 입증이 그저 비교적인 (comparative) 개념일 뿐이라고 생각할 수도 있다. 하지만 나는 입증이 단순한

까? 그것은 가설 H와 증거 E 그리고 배경지식 K, 즉 (H,E,K)로 이루어진 순서쌍에 어떤 실수를 할당하는 함수가 있다는 것이다. 나는 그런 함수를 '입증 측도(confirmation measure)'라고 부를 것이며 'C'라고 표기할 것이다. 그리고 "배경지식 K가 주어졌을 때 증거 E가 가설 H를 r만큼 입증한다"라는 진술은 '$C(H,E|K)=r$'으로 표현할 것이다. 더불어 가설 H와 증거 E 그리고 배경지식 K 사이에 성립하는 입증 관계를 C를 이용해서 다음과 같이 나타낼 것이다:

$C(H,E|K)>0$이면, 배경지식 K가 주어졌을 때 E는 H를 입증한다.
$C(H,E|K)=0$이면, 배경지식 K가 주어졌을 때 E는 H에 중립적이다.
$C(H,E|K)<0$이면, 배경지식 K가 주어졌을 때 E는 H를 반입증한다.

이제 우리는 입증 측도 C를 이용해서 다양한 입증 이론을 정식화할 수 있다. 흔히 베이즈주의자들은 '배경지식 K가 주어졌을 때 가설 H가 참일 확률'보다 '배경지식 K와 증거 E가 함께 주어졌을 때 가설 H가 참일 확률'이 더 클 때, "배경지식 K가 주어졌을 때 증거 E가 가설 H를 입증한다"고 말한다. 즉, 베이즈주의자들은 (H,E,K) 사이에 성립하는 입증 관계를 '확률'을 이용해서 규정한다. 이런 베이즈주의 입증 이론(Bayesian confirmation theory)은 다음과 같이 제시될 수 있다:[2]

비교 개념에 그치지 않고, 정량적으로 다루어질 수 있다고 생각할 것이다. 이론적 개념들을 이런 식으로 구분하는 것에 대해서는 Carnap(1962), pp. 8-15을 참조하라.

2) 이 논문에서 'ΦΨ'는 'Φ'와 'Ψ'를 연언지로 가지는 연언문을 나타낸다. 즉 'EK'는 'E'와 'K'의 연언문이다.

베이즈주의 입증 이론

$P(H|EK) > P(H|K)$이면, $C(H,E|K) > 0$이다.

$P(H|EK) = P(H|K)$이면, $C(H,E|K) = 0$이다.

$P(H|EK) < P(H|K)$이면, $C(H,E|K) < 0$이다.

그럼 베이즈주의 입증 이론에서 입증 측도 C는 어떻게 정의되는가? 흥미롭게도, 베이즈주의자들은 지금껏 다양한 입증 측도들을 제시해왔지만 그들 사이에서 합의된 입증 측도는 아직 없다.[3] 따라서 우리는 동일한 입증 상황일지라도 어떤 입증 측도를 받아들이는지에 따라서 그 입증의 정도가 바뀔 수도 있다는 점에 유의해야 한다.

2.2 까마귀 역설과 헴펠의 직관

까마귀 역설은 직관적으로 그럴듯해 보이는 두 가지 전제 즉 ‘니코드 기준’과 ‘동치 조건’으로부터, 직관적으로 받아들이기 어려운 역설적 결론이 도출된다는 것이다.[4] 그 역설적 결론이란, “조사 대상이 검지도 않고 까마귀도 아니라는 증거가 모든 까마귀는 검다는 가설을 입증한다”는 것이다.

이를 논의하기 위해, 그 역설적 결론을 입증 측도 C를 이용해서 표현해보자. 나는 우선 “모든 까마귀는 검다”는 가설을 ‘까마귀 가설’ 또는 ‘H’라고 부를 것이다(이후에 이 글에서 등장하는 모든 ‘H’는 ‘까마귀 가설’을 의미한다). 그리고 “대상 a가 까마귀이다”라

---

3) 베이즈주의자들의 대표적 입증 측도들은 5절에 정리되어 있다.

4) 간단히 말해, 니코드 기준은 주어진 증거와 보편 조건문의 형식을 가진 가설 사이의 관계를 말해주는 것으로서 보편 조건문의 전건과 후건을 만족시키는 증거는 해당 조건문을 입증한다고 말해준다. 동치 조건은 어떤 사례가 가설 H를 입증한다면 그 사례는 H와 동치인 가설도 모두 입증한다고 말해준다.

는 것을 ‘Ra’, “대상 a가 검다”는 것을 ‘Ba’라고 쓸 것이다.

앞서 언급했듯이, 입증은 증거와 가설 그리고 배경지식을 포함하는 삼항관계이다. 따라서 우리는 까마귀 역설 논의에 적합한 배경지식을 지정해야 한다. 하지만 안타깝게도 이에 대한 일련의 논의가 있었음에도 불구하고, 베이즈주의자들은 어떤 배경지식이 까마귀 역설 논의에 최선인지에 대해 아직 합의에 이르지 못했다.[5] 하지만 나는 이 세계에 대해서 실제 행위자가 현재 알고 있는 지식을 우리 논의에 대한 배경지식으로 지정할 것이다. 왜냐하면, 이후에 논의하게 될 베이즈주의 표준 해결책이 받아들이고 있는 배경지식이 바로 이것이기 때문이다. 물론, 이런 배경지식을 받아들이더라도 문제가 발생하지 않는 것은 아니다. 어떤 실제 행위자는 까마귀 역설의 발생을 아예 차단시켜버리는 정보로 이루어진 배경지식을 가지고 있을 수 있기 때문이다. 따라서 나는 이 글에서 실제 행위자의 배경지식이지만 까마귀 역설 논의에 특별히 문제를 일으키지 않는 정보만으로 구성된 적절한 배경지식 K_R이 있다고 가정할 것이다.

---

5) 베이즈주의자들은 까마귀 역설 논의에 적합한 배경지식을 찾지 못했다. 그럼에도 불구하고 그들이 이 논의와 관련하여 견지하는 입장 하나는 ‘주어진 증거와 까마귀 가설 사이의 입증 관계에 직접적인 영향을 미칠만한 정보가 담겨 있지 않은 배경지식’을 찾고 있다는 것이다. 혹자는 당장 어떤 정보도 담겨 있지 않은 배경지식, 즉 ‘항진적 배경지식(tautological background)’를 떠올릴 수도 있겠다. 그러나 그런 배경지식을 받아들이게 되더라도 문제가 발생할 수 있다는 것을 Good(1968)은 ‘굿의 아기(Good’s baby)’라는 사고실험을 통해 지적한바 있다. 또한 Fitelson(2006)에 따르면, 주류 베이즈주의자들에게 항진적 배경지식을 다룰 수 있는 이론적 체계가 부재 한다는 것도 문제가 될 수 있다. Maher(1999, 2004)는 카르납식 확률 함수를 도입한 베이즈주의 체계로 항진적 배경지식을 다룰 수 있다고 주장하지만, 대부분의 베이즈주의자들이 카르납식 확률 함수를 거부한다는 점에서 그의 주장이 수용될 것 같지는 않다. 배경지식에 따라 역설적 결론이 어떻게 바뀔 수 있는지에 대해서는 Fitelson(2006)과 Fitelson and Hawthorne(2010a), (2010b)를 참조하라.

이제 우리는 “배경지식 K_R이 주어졌을 때 조사 대상 a가 검지도 않고 까마귀도 아니라는 증거가 모든 까마귀는 검다는 가설을 입증한다”는 ‘역설적 결론(the Paradoxical Conclusion, 이하 PC)’를 다음과 같이 정식화 할 수 있다.

PC: $C(H, \neg Ra \neg Ba | K_R) > 0.$

그런데 헴펠은 PC가 참이며 그것이 역설적으로 보이는 것은 단지 심리적 착각에 불과하다고 주장한다. 사람들이 그런 심리적 착각을 하는 이유는 PC를 다른 것과 혼동하기 때문이다.

> “모든 나트륨 염은 노란색을 내며 탄다”라는 주장을 지지하기 위해 순수한 얼음조각을 무색의 불꽃 속으로 가져갔는데 그 불꽃이 노란색으로 변하지 않았다는 실험결과가 제시되었다고 가정해 보자. 이 결과는 “노란색을 내며 타지 않는 것은 무엇이든 나트륨 염이 아니다”라는 주장을 입증할 것이다. 그에 따라, 그 결과는 동치 조건에 의해 원래의 주장을 입증할 것이다. … 입증의 역설적 사례처럼 보인다고 할 때, 우리는 대개 가설 H에 대한 증거 E만의 관계를 판정하지 않는다. … 대신 우리는 E와 우리가 우연히 갖게 된 부가적 정보를 합하여 구성한 증거를 H와 암묵적으로 비교한다. 우리의 예증 사례에서 이와 같은 부가적 정보는 다음과 같은 지식을 포함한다. (1)실험에서 사용된 물질이 얼음이다. (2)얼음은 나트륨 염을 포함하지 않는다. 만약 우리가 이와 같은 부가적 정보를 주어진 것으로 생각한다면, 물론 그 실험의 결과는 고려하고 있는 가설에 대해 아무런 영향력도 끼치지 못한다.[6]

위 인용문으로부터 헴펠이 말하는 바는 세 가지로 요약될 수 있다. 첫 번째는 까마귀 사례에서의 결론이 왜 역설적으로 보이는지에 대한 다음의 해명이다. (“모든 나트륨 염은 노란색을 내며 탄

[6] Hempel (1965/2011), pp. 44-46.

다”는 가설을 ‘나트륨 가설’이라 부르자.)

- 사람들은 “조사 대상이 나트륨 염도 아니고 노랗지도 않다는 증거가 나트륨 가설을 입증한다”는 것을 “조사 대상이 나트륨 염이 아니라는 것을 알고 있을 때 그 대상이 나트륨 염도 아니고 노랗지도 않다는 증거가 나트륨 가설을 입증한다”와 혼동한다.

나트륨 염 사례와 까마귀 사례의 논리적 구조는 동일하다. 따라서 이런 헴펠의 해명은 까마귀 사례에도 그대로 적용된다. 그럼 우리는 헴펠을 따라 PC가 역설적으로 보이는 것은 다음 ‘오도된 결론(the Misled Conclusion, 이하 MC)’과 PC를 혼동했기 때문이라고 말할 수 있다.

MC: $C(H, \neg Ra \neg Ba | \neg RaK_R) > 0.$

즉 헴펠의 견해에서, 까마귀 역설은 PC를 MC로 착각했기 때문에 발생한 심리적인 문제이다.

결국, 헴펠의 주장은 ‘PC가 참이라는 것’과 ‘MC가 거짓이라는 것’으로 요약할 수 있다. 물론 MC가 거짓이라는 말이 $C(H, \neg Ra \neg Ba | \neg RaK_R) < 0$을 의미하지는 않는다. 헴펠은 위의 인용문에서 다음과 같이 밝히고 있다:

- 조사 대상이 나트륨 염이 아니라는 것을 모르고 있을 때 그 대상이 나트륨 염도 아니고 노랗지도 않다는 증거가 나트륨 가설을 입증한다.
- 조사 대상이 나트륨 염이 아니라는 것을 알고 있을 때 그 대상이 나트륨 염도 아니고 노랗지도 않다는 증거가 나트륨 가설에 중립적이다.

이것들이 역설에 대해 헴펠이 제시한 두 가지 직관이다. 이 직관들을 다시 까마귀 사례에 적용하면 다음과 같은 정식화를 얻는다:

HEM1: $C(H, \neg Ra \neg Ba | K_R) > 0.$
HEM2: $C(H, \neg Ra \neg Ba | \neg Ra K_R) = 0.$

HEM1은 “배경지식 K_R이 주어졌을 때 조사 대상 a가 검지도 않고 까마귀도 아니라는 증거가 까마귀 가설을 입증한다”는 말이고, HEM2는 “배경지식 K_R과 조사 대상 a가 까마귀가 아니라는 정보가 함께 주어졌을 때 a가 검지도 않고 까마귀도 아니라는 증거가 까마귀 가설에 중립적이다”는 말이다. 이것들이 까마귀 역설에 대해 헴펠이 제시한 두 가지 직관이다.

3. 헴펠과의 첫 번째 만남: 베이즈주의 표준 해결책

베이즈주의는 과연 이런 직관들을 잘 포착하는가?[7] 그 답을 찾기 이전에, 나는 먼저 까마귀 역설에 대한 베이즈주의자들의 표준적 해결책이 가정하고 있는 것들에 대해 살펴볼 것이다. 왜냐하면 까마귀 역설에 대한 베이즈주의자들의 해결책이 그들이 받아들이고 있는 가정들에 강하게 의존하고 있지만, 그 가정들 특히 ‘독립

---

7) 혹자는 베이즈주의자들이 헴펠의 직관을 왜 포착하려고 하는지에 대해 의문을 제기할지도 모르겠다. Fitelson(2006)에 따르면, 헴펠의 직관을 포착하려고 하는 베이즈주의자들의 주된 동기는 두 가지이다. 첫째는 이미 거의 모든 베이즈주의자들이 헴펠의 첫 번째 직관 즉 HEM1을 받아들이고 있다는 것이고, 둘째는 베이즈주의 입증 이론이 배경지식을 포함한 입증 관계를 다룬다는 점에서 배경지식에 차등을 두고 있는 헴펠의 직관들을 다루는데 용이하다는 것이다. 이때 혹자는 헴펠의 직관을 헴펠 입증 이론이 잘 다루지 않겠느냐고 다시 반문할 수도 있다. 하지만 헴펠 입증 이론은 헴펠의 직관들을 다루는데 적합하지 않다. 왜냐하면 헴펠 입증 이론은 ‘단조성(monotonicity)’이라는 성질을 함축하는데, 이 성질이 (2.2절에서 언급한바 있는) PC가 MC를 함축한다고 말해주기 때문이다. 헴펠의 직관은 ‘PC가 참이라는 것’과 ‘MC가 거짓이라는 것’이므로, 아이로니컬하게도 헴펠 입증 이론은 헴펠의 직관들을 다룰 수 없다.

성 가정(independence assumptions)’이 과연 정당한 것인지에 대한 논란이 있기 때문이다.[8] 대부분의 베이즈주의자들이 받아들이고 있는 가정들은 다음과 같다:[9]

A1: $P(\neg Ba|K_R) \gg P(Ra|K_R)$.
A2: $P(\neg Ra \neg Ba|K_R) \lesssim 1$.
A3: $P(H|\neg RaK_R) = P(H|K_R)$. $[\equiv P(H|RaK_R) = P(H|K_R)]$
A4: $P(H|BaK_R) = P(H|K_R)$. $[\equiv P(H|\neg BaK_R) = P(H|K_R)]$

A1은 배경지식 K_R이 주어졌을 때 조사 대상 a가 까마귀일 확률보다 검지 않은 대상일 확률이 훨씬 크다고 말해준다. 배경지식 K_R은 우리 세계를 반영하므로 이런 주장은 그럴듯하다. A1이 자연스러운 추론의 결과라는 것을 강조하기 위해, 베이즈주의자들은 우리 세계를 커다란 항아리로 생각해보라고 조언한다.[10] 세계를 표상하는 항아리에서 무작위로 하나의 물건을 뽑았을 때의 빈도를 가늠해보면, 그것이 까마귀일 경우보다 검지 않은 대상일 경우가 훨씬 많을 것이기 때문이다. 게다가 우리 세계의 까마귀의 수와 검지 않은 대상의 비율이라는 통계적 사실을 고려해 보더라도, A1에는 논란의 여지가 없는 듯하다. A1과 관련하여 추가적으로 알아두어야 할 점은 A1이 $P(\neg Ra \neg Ba | K_R) \gg P(RaBa | K_R)$과 동치

8) 독립성 가정 논란에 대해서는 Vranas(2004), Fitelson(2006), Fitelson and Hawthorne(2010a), Rinard(2014)를 보라.

9) 나는 다음 표기법을 도입할 것이다:
$\Phi \gtrsim \Psi$: Φ가 Ψ보다 크지만, 굉장히 유사한 값이다.
$\Phi \lesssim \Psi$: Φ가 Ψ보다 작지만, 굉장히 유사한 값이다.

10) 우리 세계를 표상하는 항아리에서 표본을 무작위로 추출해본다고 사고하는 방법을 ‘굿 방식의 무작위 표본추출 조작화(Good-style random-sampling operationalization)’이라고 부른다.

라는 것이다. 일견 다르게 보이는 이 두 가지가 사실은 같다는 점에 유의하라.[11)]

A2는 배경지식 K_R이 주어졌을 때 조사 대상 a가 검지도 않고 까마귀도 아닌 대상일 확률이 거의 1에 가깝다고 말해준다. 베이즈주의자들의 조언대로, 세계를 표상하는 항아리에서 무작위로 하나의 물건을 뽑았을 때의 빈도를 가늠해보면 대부분의 경우에 그것은 검지도 않고 까마귀도 아닌 대상일 것이다. 더욱이 통계적 사실을 고려해보더라도, A2에도 논란의 여지가 없는 듯하다.

A3와 A4는 '독립성 가정'이라 불린다. 일견, 배경지식 K_R이 주어졌을 때 조사 대상 a가 까마귀가 아니라는 증거는 까마귀 가설의 진위 여부와는 무관한 것 같다. 또한 그런 배경지식이 주어졌을 때 조사 대상 a가 검다는 증거도 까마귀 가설의 진위 여부와는 무관한 것 같다. 흔히, 베이즈주의자들은 정보와 가설 사이의 무관한 관계를 확률적 독립성을 이용해서 나타낸다. 그래서 그들은 독립성 가정 A3와 A4를 이용해서 이런 직관들을 포착하려 한다.

이런 네 개의 가정 A1-4를 받아들이는 베이즈주의자들의 입장을 '베이즈주의 표준 해결책(the Standard Bayesian Solution, 이하 SBS)'이라고 부른다.[12)]

그럼 SBS가 이 가정들을 이용해서 헴펠의 두 가지 직관, 즉 HEM1과 HEM2를 포착하는지 점검하자. SBS는 HEM1을 보이기 위해, 다음 HEM1*를 증명한다.

---

11) 이영의 등(2018)에서는 A1 대신 $P(\neg Ra\neg Ba|K_R) \gg P(RaBa|K_R)$을 가정한다. 하지만 이것은 중요한 차이점이 아니다. 왜냐하면, 이 둘은 동치이기 때문이다:

$$
\begin{aligned}
& P(\neg Ba|K_R) \gg P(Ra|K_R). \\
& \equiv P(\neg Ba|K_R) - P(Ra\neg Ba|K_R) \gg P(Ra|K_R) - P(Ra\neg Ba|K_R). \\
& \equiv P(Ra\neg Ba|K_R) + P(\neg Ra\neg Ba|K_R) - P(Ra\neg Ba|K_R) \\
& \quad \gg P(RaBa|K_R) + P(Ra\neg Ba|K_R) - P(Ra\neg Ba|K_R). \\
& \equiv P(\neg Ra\neg Ba|K_R) \gg P(RaBa|K_R).
\end{aligned}
$$

12) 베이즈주의 표준 해결책에 대해서는 Howson and Urbach(2006)의 4장과 Earman(1992)의 3장을 참조하라.

HEM1*: $C(H, RaBa|K_R) \gg C(H, \neg Ra\neg Ba|K_R) \gtrsim 0.$

HEM1*는 HEM1이 말해주는 것 그 이상을 말해준다. HEM1은 ¬Ra¬Ba이라는 증거가 까마귀 가설을 입증한다는 것만을 말해주지만, HEM1*는 그 뿐만 아니라 ¬Ra¬Ba이라는 증거가 까마귀 가설을 입증하는 정도와 RaBa이라는 증거가 까마귀 가설을 입증하는 정도를 비교해주고 나아가 ¬Ra¬Ba이라는 증거가 까마귀 가설을 입증하는 정도가 굉장히 작다는 것까지도 말해준다. HEM1*는 HEM1을 함축하므로 HEM1*를 증명한다면 HEM1도 보이게 된다. SBS의 가정을 이용하면, HEM1*는 다음과 같이 증명 된다:

우선, HEM1*는 다음과 같이 변형될 수 있다.[13)]

$$\frac{P(Ra|HK_R)}{P(RaBa|K_R)} \gg \frac{P(\neg Ba|HK_R)}{P(\neg Ra\neg Ba|K_R)} \gtrsim 1. \ (\dagger)$$

한편, A1과 A2에 의해서 다음이 성립한다.[14)]

---

13) 베이즈주의 입증 이론의 정의에 의해서 HEM1*는 다음 식과 동치이다:

$$P(H|RaBaK_R) \gg P(H|\neg Ra\neg BaK_R) \gtrsim P(H|K_R).$$

이 식은 베이즈 정리에 의해서 다음과 같이 변형된다:

$$\frac{P(H|K_R)P(RaBa|HK_R)}{P(RaBa|K_R)} \gg \frac{P(H|K_R)P(\neg Ra\neg Ba|HK_R)}{P(\neg Ra\neg Ba|K_R)} \gtrsim P(H|K_R);$$

$$\frac{P(Ra|HK_R)}{P(RaBa|K_R)} \gg \frac{P(\neg Ba|HK_R)}{P(\neg Ra\neg Ba|K_R)} \gtrsim 1.$$

14) 주석11)에서 살펴봤듯이 A1은 다음 식과 동치이다:

$$P(\neg Ra\neg Ba|K_R) \gg P(RaBa|K_R)$$

이 식은 다음과 같이 변형될 수 있다:

$$\frac{P(Ra\neg Ba|K_R)}{P(RaBa|K_R)} \gg \frac{P(Ra\neg Ba|K_R)}{P(\neg Ra\neg Ba|K_R)};$$

$$\frac{P(RaBa|K_R)+P(Ra\neg Ba|K_R)}{P(RaBa|K_R)} \gg \frac{P(\neg Ra\neg Ba|K_R)+P(Ra\neg Ba|K_R)}{P(\neg Ra\neg Ba|K_R)}.$$

그럼 A2에 의해서 다음이 성립한다:

$$\frac{P(Ra|K_R)}{P(RaBa|K_R)} \gg \frac{P(\neg Ba|K_R)}{P(\neg Ra\neg Ba|K_R)} \gtrsim 1. \ (\ddagger)$$

그럼, A3과 A4에 의해서 (‡)로부터 (†)가 도출된다.

이렇게 SBS는 HEM1*를 증명함으로써, HEM1을 포착하는데 성공한다.

그렇다면, HEM2에 대해서는 SBS가 어떻게 답할 수 있을까? SBS의 가정들을 이용하면 이에 대한 명확한 답을 듣게 된다.

PC는 베이즈주의 입증 이론에 의해서 다음과 같이 변형된다.

$$P(H|\neg Ra\neg BaK_R) > P(H|K_R).$$

이 식은 A3에 의해서 다음과 같이 변형된다.

$$P(H|\neg Ra\neg BaK_R) > P(H|\neg RaK_R).$$

이것은 베이즈주의 입증 이론에 의해서 다음과 같이 변형된다.

$$C(H, \neg Ra\neg Ba|\neg RaK_R) > 0.$$

이것은 앞서 논의된 MC이다.

SBS의 분석에 따르면, PC는 MC를 함축한다. 우리는 이미 SBS가 PC를 참으로 분석한다는 사실을 알고 있다. 그렇다면 SBS는 MC 역시도 PC와 마찬가지로 참이라고 주장하게 된다. 하지만 HEM2는 MC가 거짓이라는 주장이므로, 결국 SBS는 HEM2와 양립 불가능하다. 즉, SBS는 HEM2를 포착할 수 없다.

이것은 새로운 소식이 아니다. 파이텔슨과 호손(Fitelson and

$$\frac{P(RaBa|K_R)+P(Ra\neg Ba|K_R)}{P(RaBa|K_R)} \gg \frac{P(\neg Ra\neg Ba|K_R)+P(Ra\neg Ba|K_R)}{P(\neg Ra\neg Ba|K_R)} \gtrsim 1;$$

$$\frac{P(Ra|K_R)}{P(RaBa|K_R)} \gg \frac{P(\neg Ba|K_R)}{P(\neg Ra\neg Ba|K_R)} \gtrsim 1.$$

Hawthorne, 2010b)도 SBS와 HEM2가 양립 불가능하다는 것을 지적한 바 있다. 하지만 그들은 그 원인이 두 개의 독립성 가정 A3과 A4에 있다는 것을 지적할 뿐, 더 이상의 얘기를 해주지 않는다.[15] 따라서 나는 이 글에서 HEM2에 대한 논의를 다른 방식으로 확장시키고자 한다.

4. 헴펠과의 두 번째 만남: 정량적 정당화

직관에 부합하지 않는 정성적 입증 판정이 내려지게 되었을 때, 베이즈주의는 어떻게 대답할 수 있을까? 아마도 그 대답은 이런 문제에 봉착했을 때, 그들이 취했던 대답들의 ‘모범사례(exemplar)’를 추적해봄으로써 예견될 수 있을 것이다.

전통적 입증 이론으로 분류되는 헴펠 입증 이론과 가설-연역법의 입증 분석은 논리적 함축 관계에 의존한다.[16] 논리적 함축 관계에 의존한 분석은 특정 논리적 관계에만 주목하여 그런 관계를 ‘함축한다’ 또는 ‘함축하지 않는다’라는 식의 양자택일로 이루어진다. 이런 특징으로 인해 전통적 입증 이론가들은 입증을 ‘전부 아니면 전무(all or nothing)’의 문제로 다루게 되었고, 그들의 판정을 ‘입증한

15) Maher(1999, 2004)와 Good(1960, 1961)에 따르면, 베이즈주의자는 입증에 대한 정성적 주장에 개입하지 않아도 된다. Fitelson and Hawthorne(2010a, 2010b)는 이런 마허와 굿의 견해를 수용하기 때문에, 정성적 주장을 함축하는 HEM1을 포착하지 않고 $C(H,RaBa|K_R) \gg C(H,\neg Ra\neg Ba|K_R)$이라는 비교 주장만을 포착한다. 이때, HEM1을 비켜가기 위한 그들의 전략은 HEM1을 함축하는 독립성 가정 A3과 A4를 둘 다 거부하는 것이다.

16) 헴펠 입증 이론(Hempelian confirmation theory)에 따르면, EK가 H의 전개(development)를 <u>함축할 때</u> 입증이고 EK가 ¬H의 전개를 <u>함축할 때</u> 반입증이다. 가설-연역법(hypothetico-deductivism)에 따르면, HK가 E를 <u>함축할 때</u> 입증이고 HK가 ¬E를 <u>함축할 때</u> 반입증이다. 전통적 입증 이론들의 입증 판정 방식에 대한 보다 자세한 논의는 이영의 등(2018), 2-3장을 참조하라.

다’ 또는 ‘반입증한다’ 또는 ‘입증하지도 반입증하지도 않는다’라는 세 가지 정성적 판정으로 국한시켰다.

이에 반해 베이즈주의 입증 이론은 보다 섬세한 판정을 내릴 수 있다. 베이즈주의 입증 이론을 이용하면 정성적 판정에 그치는 것이 아니라, ‘입증의 정도(the degree of confirmation)’까지도 제시할 수 있다. 왜냐하면 이들의 입증 분석은 논리적 함축 관계에 의존하지 않고 ‘확률’ 개념에 의존하기 때문이다. 확률이 지닌 특징은 베이즈주의자들로 하여금 입증을 ‘정도의 문제’로 다루게끔 해주었다. 입증이 정량적으로 다루어짐에 따라서, 위기에 봉착한 베이즈주의자들에게 새로운 활로가 마련되었다. 그것은 베이즈주의자들이 직관에 부합하지 않는 정성적 판정을 내리게 되었을 때, 자신들의 판정이 우리들 직관에 의존한 판정과 “정성적으로는 다르지만 정량적으로는 유사하다”고 해명하는 것이다.[17)]

까마귀 역설 논의에 등장하는 또 다른 증거 ¬RaBa에 대한 SBS의 논증(이하 검은 구두 논증)에서도 이런 식의 해결책이 이용되었다. 검은 구두 논증은 직관에 부합하지 않는 정성적 입증 판정을 내리게 되었을 때, 베이즈주의자들이 취하는 전략의 대표적인 사례로 꼽힌다. 따라서 나는 검은 구두 논증에 대해 간단히 살펴보고 난 뒤에, 그 논증에서 이용된 방법에 편승하여 ‘SBS가 HEM2를 포착할 수 없다’는 문제 제기에 대한 SBS 옹호자들의 가능한 응답을 구성해 볼 것이다.

까마귀 역설에 대한 SBS의 달갑지 않은 함축 중 하나는 증거

17) 사실은 앞서 HEM1에 대한 SBS의 대답이 이런 식의 해결책이었다. 베이즈주의자들은 “배경지식 K_R이 주어졌을 때 조사 대상 a가 하얀 구두 따위(¬Ra¬Ba)라는 증거가 까마귀 가설을 입증한다”는 반직관적인 정성적 판정에 대해, 이때의 입증의 정도가 직관적 판정에서의 입증의 정도와 굉장히 유사하다는 것을 보여줌으로써 자신들의 판정에 대한 최초의 부자연스러움을 완화시켰다.

¬RaBa(즉, 검은 구두 따위)와 관련한 것이다. 우리들 직관은 “배경지식 K_R이 주어졌을 때 조사 대상 a가 검은 구두 따위라는 증거가 까마귀 가설에 중립적이다”라고 판정하는 듯하다. 그러나 SBS는 “그런 배경지식이 주어졌을 때 조사 대상 a가 검은 구두 따위라는 증거가 까마귀 가설을 반입증한다”고 판정한다. 베이즈주의자들이 직관에 부합하지 않는 판정을 내린 것이다. 그렇다면, SBS는 잘못된 판정을 내린 것일까? 베이즈주의자들은 자신들의 정량적 판정에 주목해달라고 호소한다. 베이즈주의자들은 자신들의 판정이 직관적 판정과 정성적으로는 다르지만 정량적으로는 유사하다는 것을 보임으로써, 자신들의 판정이 반드시 잘못된 것이 아니라고 해명한다.[18)]

> 배경지식 K_R이 주어졌을 때 조사 대상 a가 검은 구두 따위라는 증거가 까마귀 가설을 “반입증한다는 것”과 “무관하다는 것”은 정성적으로 다른 판정이지만, 그 입증의 정도 차이가 굉장히 작다는 점을 고려하면 이 두 판정은 **정량적으로 유사하다.**

이런 말을 듣고 나면, SBS의 판정에 대한 인상이 그 이전보다 훨씬 자연스러워진다. 정성적 입장이 바뀌지 않았는데에도 불구하고, 베이즈주의자들의 판정에 대한 부자연스러움이 감소되었다는 점은 괄목할 만하다.

베이즈주의자들의 이런 해명 방식이 입증의 정도에 의존하고 있다는 점에서, 나는 이런 식의 정당화를 ‘정량적 정당화(quantitative vindication)’라고 부를 것이다. 또한 정량적 정당화에 성공한 사례

---

18) 증거 ¬RaBa에 관한 SBS의 판정과 직관적 판정의 정량적 유사성을 보이기 위해서, 베이즈주의자들은 A1-4를 이용하여 “배경지식 K_R이 주어졌을 때 조사 대상 a가 검은 구두 따위라는 증거가 까마귀 가설을 굉장히 조금 반입증한다”는 것, 즉 $C(H,\neg RaBa|K_R) \lesssim 0$을 증명한다. 증거 ¬RaBa에 관한 이런 식의 해명은 이영의 등(2018) 4장과 조인래 등(1999) 1장 그리고 최원배(2018)을 참조하라.

에 대해 우리 논의와 어울리도록 "근사하게(approximately) 포착했다"라는 표현도 쓸 것이다. 즉 SBS는 증거 ¬RaBa와 관련된 직관적 판정을 엄밀한 의미에서는 포착하지 못했지만, 정량적 정당화에 기대어 근사하게라도 포착한 것이다.

흥미롭게도, 이런 식의 베이즈주의적 대응은 HEM2에 대한 문제 제기에 대해서도 적용될 수 있다. SBS는 "배경지식 K_R과 조사 대상 a가 까마귀가 아니라는 정보가 함께 주어졌을 때 a가 검지도 않고 까마귀도 아니라는 증거가 까마귀 가설을 입증한다"라고 판정한다. 그러나 HEM2는 "그런 정보들이 주어졌을 때 a가 검지도 않고 까마귀도 아니라는 증거가 까마귀 가설에 중립적이다"라는 직관이다. 앞서 보았듯이, 베이즈주의자들은 헴펠의 이런 직관을 포착할 수 없다. 하지만 만약 검은 구두 논증에 쓰인 것과 같은 방법을 쓴다면, 베이즈주의자들은 자신들의 판정을 보다 헴펠의 직관에 맞게끔 대답할 수 있을 것이다.

그럼 SBS는 어떻게 대답할 수 있을까? 아마도 그들은 HEM2와 정량적으로 유사한 다음을 증명함으로써 자신들의 정성적 판정이 가지고 있는 부자연스러움을 완화시킬 수 있을 것이다.

HEM2*: $C(H, \neg Ra \neg Ba | \neg Ra K_R) \gtrsim 0.$

위 사실은 굉장히 조금 입증한다는 말이다. SBS의 가정들을 이용하면, HEM2*는 다음과 같이 증명된다:

우선, HEM2*는 다음과 같이 변형될 수 있다.[19]

---

19) $C(H, \neg Ra \neg Ba | \neg Ra K_R) \gtrsim 0$은 $P(H | \neg Ra \neg Ba K_R) - P(H | \neg Ra K_R) \gtrsim 0$과 동치이다. 이 식은 베이즈 정리에 의해서 다음과 같이 변형된다:

$$\frac{P(\neg Ba | H K_R) P(H | K_R)}{P(\neg Ra \neg Ba | K_R)} - P(H | \neg Ra K_R) \gtrsim 0.$$

$$\frac{P(\neg Ba|HK_R)P(H|K_R)}{P(\neg Ra\neg Ba|K_R)} - P(H|\neg RaK_R) \gtrsim 0.\ (\dagger)$$

한편, A2에 의해서 다음이 성립한다.20)

$$\frac{P(\neg Ba|K_R)P(H|K_R)}{P(\neg Ra\neg Ba|K_R)} - P(H|K_R) \gtrsim 0.\ (\ddagger)$$

그럼, A3와 A4에 의해서 (‡)로부터 (†)이 도출된다.

이로써 SBS에서 HEM2*가 도출된다는 것을 알 수 있다. HEM2*와 HEM2는 정량적으로 유사하다. 그렇다면 베이즈주의자들은 자신들의 판정이 헴펠의 판정과 정량적으로 유사하다는 것을 보일 수 있으므로, 이번에도 다음과 같이 대답할 수 있을 것이다.

> 배경지식 K_R과 조사 대상 a가 까마귀가 아니라는 정보가 함께 주어졌을 때 a가 하얀 구두 따위라는 증거가 까마귀 가설을 "입증한다는 것"과 "무관하다는 것"은 정성적으로 다른 판정이지만, 그 입증의 정도 차이가 굉장히 작다는 점을 고려하면 이 두 판정은 **정량적으로 유사하다.**

이렇듯 정량적 정당화를 이용하면, 베이즈주의자들은 미세한 입증의 정도에 기대어 자신들이 처음에 내린 반직관적인 정성적 판정의 부자연스러움을 완화시킬 수 있다. 정량적 정당화는 입증에 대해 주류 베이즈주의자들이 취하는 전형적인 전략이다. 그렇기 때문에 나는 SBS의 옹호자들이 HEM2에 대해서도 이런 식의 응답

---

20) A2에 의해서 다음 식이 성립한다는 것을 알 수 있다:

$$\frac{P(\neg Ra\neg Ba|K_R)+P(Ra\neg Ba|K_R)}{P(\neg Ra\neg Ba|K_R)} \gtrsim 1;$$

$$P(H|K_R)\left[\frac{P(\neg Ra\neg Ba|K_R)+P(Ra\neg Ba|K_R)}{P(\neg Ra\neg Ba|K_R)} - 1\right] \gtrsim 0;$$

$$\frac{P(\neg Ba|K_R)P(H|K_R)}{P(\neg Ra\neg Ba|K_R)} - P(H|K_R) \gtrsim 0.$$

을 내놓을 수 있다고 생각한다. 또한 대부분의 베이즈주의자들이 정량적 정당화를 이용한 그런 익숙한 응답에 호의적일 것이라고 예상한다.

파이텔슨과 호손(Fitelson and Hawthorne, 2010a; 2010b)은 HEM2와 관련된 문제를 해결하기 위해서 두 개의 독립성 가정을 포기하라고 했지만 그들은 너무 성급했다. 왜냐하면, 이런 식으로 답변할 수 있기 때문이다.

5. 헴펠과의 세 번째 만남: 독립성 가정과 입증 측도

까마귀 역설에 대한 헴펠의 직관은 두 가지로 요약된다. HEM1에 따르면, 배경지식 K_R이 주어졌을 때 조사 대상 a가 검지도 않고 까마귀도 아니라는 증거가 까마귀 가설을 입증한다. 우리는 SBS가 HEM1*를 증명함으로써, 그런 직관을 포착하고 나아가 그때의 입증의 정도가 굉장히 작다는 것까지 보여준다는 것을 확인했다. HEM2에 따르면, 배경지식 K_R과 조사 대상 a가 까마귀가 아니라는 정보가 함께 주어졌을 때 a가 검지도 않고 까마귀도 아니라는 증거가 까마귀 가설에 중립적이다. SBS는 엄밀한 의미에서 HEM2를 포착하지 못한다. 하지만 나는 SBS가 정량적 정당화에 기대어 HEM2*를 증명함으로써, 그런 직관을 근사하게라도 포착할 것으로 예상한다.

그럼 정량적 정당화만 인정된다면, SBS는 입증에 대해 헴펠이 제시한 직관을 제대로 포착하고 있다고 말할 수 있을까? 나는 그렇지 않다고 생각한다. 왜냐하면 HEM1과 HEM2를 받아들임으로써 드러나는 헴펠의 또 다른 직관이 있는데, 그것이 SBS에서 포착되지 않기 때문이다.

5.1 헴펠의 또 다른 직관과 SBS

헴펠은 까마귀 역설에서의 ‘역설적 결론’을 해명하기 위해, 두 입증 관계를 비교하고 있다. 그 두 가지 관계는 동일한 증거와 가설을 가지는데, 유일한 차이점은 사전에 주어진 정보가 다르다는 것이다. 첫 번째 입증 관계는 주어진 정보가 K_R로 국한되지만, 두 번째 입증 관계는 ‘조사 대상 a가 까마귀가 아니라는 정보’가 K_R과 함께 주어진다. 헴펠은 이렇듯 주어진 정보에서의 차이가 결국 정성적으로 다른 판정을 만들어낸다는 것을 보임으로써, 역설적 결론에 대한 우리의 심리적 착각이 주어진 정보의 혼동에서 비롯되었다는 점을 강조하고 있다.

철학자들의 관심은 첫 번째 입증 관계, 즉 $C(H,\neg Ra\neg Ba|K_R)$에 집중되어 왔다. 까마귀 역설에 대한 설명을 제공하려는 대부분의 베이즈주의자들이 공통적으로 포착하고 있는 것도 이 첫 번째 입증 관계에 대한 헴펠의 직관 HEM1이다. 하지만 헴펠은 두 번째 입증 관계, 즉 $C(H,\neg Ra\neg Ba|\neg RaK_R)$에 대한 직관 HEM2도 함께 제시했다. 따라서 베이즈주의자들이 헴펠의 직관을 제대로 포착하려면, HEM2 역시 포착해야 할 것이다. 이런 이유로, 나는 앞 절에서 HEM2와 관련한 논의를 확장시켰다.

그럼 HEM1과 HEM2를 포착하면, 입증에 대한 헴펠의 직관을 제대로 포착한 것일까? 나는 그렇지 않다고 생각한다. 왜냐하면 HEM1과 HEM2를 받아들였을 때 도출되는 또 하나의 중요한 주장이 있기 때문이다. 그것은 HEM1이 제시하는 입증의 정도가 HEM2가 제시하는 입증의 정도보다 크다는 것이다. 헴펠의 해명 역시 이들 두 직관이 제공하는 입증 관계를 비교하고 있다는 점에서, 이런 주장을 포착하는 것 또한 헴펠의 직관을 포착하기 위해 해야 할 일이다. HEM1과 HEM2의 정량적 비교에 관한 또 하나의 주장은 다음의 ‘비교 주장(comparative claim)’으로 정식화된다.[21)]

$$\textbf{HEM3: } C(H, \neg Ra \neg Ba | K_R) = \varepsilon > \varepsilon' = C(H, \neg Ra \neg Ba | \neg Ra K_R).$$

이것은 “배경지식 K_R만 주어졌을 때”가 “조사 대상 a가 까마귀가 아니라는 정보와 배경지식 K_R이 함께 주어졌을 때”보다 a가 검지도 않고 까마귀도 아니라는 증거가 까마귀 가설을 입증하는 정도가 더 크다는 말이다. 헴펠이 첫 번째 입증 관계를 ‘입증’이라고 판정하고, 두 번째 입증 관계를 ‘중립’으로 판정했다는 점을 고려한다면, 헴펠이 HEM3를 받아들였다는 것은 자연스럽다.

앞에서 살펴봤듯이, SBS가 HEM1과 HEM2를 포착하는 방법은 HEM1*와 HEM2*를 증명하는 것이다. 하지만 베이즈주의가 그것들을 증명했다고 해서 HEM3 역시 증명되는 것은 아니다. HEM1*와 HEM2*를 증명함으로써 알 수 있는 것은 각각의 입증 관계가 가지고 있는 입증의 정도가 굉장히 작다는 것, 즉 $C(H, \neg Ra \neg Ba | K_R) \gtrsim 0$ 그리고 $C(H, \neg Ra \neg Ba | \neg Ra K_R) \gtrsim 0$이라는 것뿐이다. 이것만으로는 이

21) 익명의 심사위원 한 분은 HEM1과 HEM2를 받아들이면 HEM3이 도출되기 때문에 HEM3을 별도로 구분하는 것이 과연 적절한 것인가에 대해 물었다. 나의 이런 구분은 개념에 관한 카르납(Carnap, 1962)의 구분을 의식한 것이다. HEM1과 HEM2는 HEM3을 함축하지만, HEM1과 HEM2가 정량적인 개념인데 반해 HEM3은 비교적인 개념이다. 즉, 전자의 직관들은 정량적 주장인데 반해 후자의 직관은 비교 주장이란 점에서, 분명한 차이가 있다. 그럼에도 불구하고 혹자는 이런 차이가 별 다른 의미를 가져오지 않는다고 생각할 수도 있다. 하지만 까마귀 역설 논의에 참여하는 베이즈주의자들이 대체로 비교 주장에 주목하고 있다는 점을 고려한다면, 비교 주장이 정량적 주장보다 그 중요도에 있어서 다소 우위에 있다고 말할 수 있는 듯하다. 실제로, Maher(1999, 2004)와 Good(1960, 1961)은 베이즈주의자들이 입증에 대한 정성적 주장에 개입하지 않아도 된다고 주장한 바 있다. 이런 견해를 수용한 Fitelson and Hawthorne(2010a, 2010b)은 정성적 주장을 함축하는 정량적 주장(HEM1)을 포착하지 않고, 비교 주장($C(H, RaBa | K_R) \gg C(H, \neg Ra \neg Ba | K_R)$)만을 포착하는 새로운 해결책을 제시하고 있다. 또한 마허와 굿의 이런 견해가 베이즈주의자들 사이에서 확산된다면, 헴펠의 직관에 담긴 비교 주장 HEM3은 HEM1과 HEM2보다 중요한 의의를 지니게 될지도 모른다.

둘을 비교할 수 없다. 따라서 SBS가 헴펠의 직관을 제대로 포착하려면, 별도의 작업을 통해 HEM3을 포착할 수 있다는 것을 보여주어야 한다.

그럼 과연 SBS는 HEM3를 포착할 수 있을까? 이에 대한 답을 구하려면, 먼저 HEM3이 입증의 정도를 비교하고 있다는 점에 주목해야 한다. 베이즈주의 입증 이론에서 입증의 정도는 입증 측도를 통해 측정된다. 따라서 우리는 입증 측도를 이용해서 SBS가 HEM3을 포착할 수 있는지를 점검할 수 있다. 그런데 한 가지 문제가 있다. 그것은 베이즈주의자들이 다양한 입증 측도를 제시했음에도 불구하고 어느 입증 측도가 가장 적합한지에 대해서 아직 완전한 합의에 이르지 못했다는 것이다.

하지만 지금의 논의에서는 그것이 문제가 되지 않는다. 나중에 보다 분명해지겠지만, 나의 논의를 위해서는 다음 다섯 가지를 고려하는 것으로 충분하다.[22)]

입증 측도	관련 논문
$C_d(H,E\|K) = P(H\|EK) - P(H\|K)$	Carnap (1962)
$C_s(H,E\|K) = P(H\|EK) - P(H\|\neg EK)$	Christensen (1999)
$C_r(H,E\|K) = \ln\left(\frac{P(H\|EK)}{P(H\|K)}\right)$	Keynes (1921)
$C_\tau(H,E\|K) = P(HE\|K) - P(H\|K)P(E\|K)$	Carnap (1962)
$C_l(H,E\|K) = \ln\left(\frac{P(E\|HK)}{P(E\|\neg HK)}\right)$	Good (1950)

<표1>

22) 이 밖에도 C_o(Cornfield, 1950), C_p(Popper, 1954-1955), C_e(Rescher, 1958), C_g(Gaifman, 1979), C_n(Nozick, 1981), C_m(Mortimer, 1988), C_j(Joyce, 2003), C_z(Crupi et al., 2006) 등의 입증 측도가 더 있다. 이들 입증 측도들이 어떤 것인지에 대해서는 Park(2014), p. 3959. 참조하라.

그럼 이들을 이용하여 SBS에서 HEM3이 포착되는지를 점검하자. 다음 표는 SBS의 가정 특히 A3이 주어졌을 때, HEM3에 대한 점검 결과를 보여주고 있다. (증명은 부록에 제시되어 있다.)

입증 측도	그룹1			그룹2	
	C_d	C_r	C_l	C_s	C_τ
HEM3 점검 결과	$\varepsilon=\varepsilon'$	$\varepsilon=\varepsilon'$	$\varepsilon=\varepsilon'$	$\varepsilon<\varepsilon'$	$\varepsilon<\varepsilon'$

<표2>

안타깝게도, 점검 결과 다섯 개의 입증 측도 모두에서 $\varepsilon>\varepsilon'$, 즉 HEM3이 성립하지 않는다. 더욱이 현재까지 제시된 굉장히 많은 입증 측도에서도 HEM3이 성립하지 않는다는 것이 증명될 수 있다.[23)]

그럼 SBS가 HEM3를 포착하려면 굉장히 많은 입증 측도들을 모두 거부해야 한다는 결론이 뒤따른다. 물론, 이는 SBS에게 부담스러운 선택이다. 그렇게 되면 새로운 입증 측도를 만들어내야 하고 그렇게 만들어진 측도가 기존의 입증 측도들이 가지고 있는 좋은 특징들을 가지고 있는지를 설명해내야 되기 때문이다. 이것은 굉장히 어려운 일인 듯하다.[24)] 그렇다면 SBS는 어떤 전략을 취해야 할까?

23) 주석22)의 입증 측도들을 이용하여 HEM3이 성립하는지를 추가적으로 점검해 봐도, 어떤 입증 측도에서도 HEM3 즉 $\varepsilon>\varepsilon'$가 성립하지 않는다. 하지만 측도 C_p, C_g, C_j, C_z는 $\varepsilon=\varepsilon'$가 성립하기 때문에 '그룹1'로 분류되고, 측도 C_o, C_e, C_n, C_m는 $\varepsilon<\varepsilon'$가 성립하기 때문에 '그룹2'로 분류된다.

24) Eells and Fitelson(2002)은 입증 측도가 충족해야 할 아래의 네 가지 기준을 제시했다. 이들 네 기준에 의거 <표1>과 주석22)의 입증 측도들에 대해 점검하면, 아래의 표를 얻는다. 베이즈주의자들의 대표적 입증 측도들임에도 불구하고 이들 네 가지 기준을 모두 충족하는 측도가 세 개에 불과하다는 것을 알 수 있다. 이 같은 사실은 측도의 기준을 충족시키는 측도를 만드는 것 자체가 쉽지 않은 일임을 말해주는 듯하다. 더욱이 A3이 가정되었을 때 HEM3 포착에 실패한 그룹1의 측도들이 ES-를 모두 충족하고 있다는 점에 미루어

5.2 독립성 가정

나는 SBS의 핵심 가정, 즉 독립성 가정 A3을 거부하는 것이 한 가지 방법이 될 수 있다고 생각한다. 왜냐하면 HEM3 포착에 실패한 입증 측도와 관련된 증명들이 A3에 강하게 의존하기 때문이다.[25] A3만이 가정되고 HEM3이 포착되지 않는다는 사실은 그 가정에게 책임을 물을 만한 근거가 되는 것 같다.

그럼 A3을 거부한다는 것은 무엇을 의미하는가? A3은 “배경지식 K_R이 주어졌을 때 조사 대상 a가 까마귀가 아니라는 증거가 까마귀 가설에 중립적이다”는 것이다. 따라서 이런 A3을 거부한다는 것은 다음 둘 중 하나를 받아들인다는 것이다.

$$A3_{>}:\ C(H,\neg Ra|K_R) > 0.\ [\equiv\ P(H|\neg RaK_R) > P(H|K_R)]$$

$$A3_{<}:\ C(H,\neg Ra|K_R) < 0.\ [\equiv\ P(H|\neg RaK_R) < P(H|K_R)]$$

보면, ES-를 충족하면서 동시에 HEM3이 성립하는 측도를 만들어내는 일을 더욱 어려워 보인다. 하물며 엘스와 파이텔슨 외의 다른 철학자들이 제시한 기준을 함께 고려하게 된다면, SBS에서 HEM3을 포착하게 해주는 측도를 만든다는 것은 굉장히 어려운 일처럼 여겨진다.

- 증거 대칭성 비성립 기준(ES-): $C(H,E|K) \neq -C(H,\neg E|K)$.
- 교환 대칭성 비성립 기준(CS-): $C(H,E|K) \neq C(E,H|K)$.
- 가설 대칭성 성 립 기준(HS): $C(H,E|K) = -C(\neg H,E|K)$.
- 전체 대칭성 비성립 기준(TS-): $C(H,E|K) \neq -C(\neg H,\neg E|K)$.

입증 측도	그룹1							그룹2					
	C_r	C_l	C_p	C_d	C_g	C_j	C_z	C_o	C_e	C_τ	C_n	C_m	C_s
ES-	o	o	o	o	o	o	o	x	x	x	x	x	x
CS-	x	o	o	o	o	o	x	x	o	x	o	o	o
HS	x	o	x	o	o	x	o	o	o	o	o	o	o
TS-	o	o	o	o	o	o	o	x	x	x	x	x	x

25) 측도 C_s를 이용한 증명에서는 A3과 A4가 쓰였고, 측도 C_d, C_r, C_τ, C_l을 이용한 증명들에서는 A3만이 쓰였다. 그렇다면 이들 증명들은 A3에 강하게 의존하고 있다고 말할 수 있다.

A3은 ¬Ra가 까마귀 가설에 중립적이라는 것을 의미하지만, $A3_{>}$와 $A3_{<}$은 각각 ¬Ra가 까마귀 가설을 입증한다는 것과 반입증한다는 것을 의미한다.

그럼 베이즈주의자들은 HEM3을 포착하기 위해서 어느 것을 선택해야 할까? 우리는 앞서 이루어진 SBS에 대한 HEM3 점검 결과를 고찰함으로써, 이 질문에 대한 실마리를 획득할 수 있다.

우선 $C(H,\neg Ra\neg Ba|K_R)$과 $C(H,\neg Ra\neg Ba|\neg RaK_R)$의 값을 'ε'과 'ε′'으로 나타낸 것과 비슷하게, $C(H,\neg Ra|K_R)$의 값을 'ε_0'으로 나타내자. 그럼 SBS는 A3, 즉 $C(H,\neg Ra|K_R)=0$을 받아들이기 때문에 $\varepsilon_0=0$이라고 가정한다. 그렇다면 <표2>가 나타내고 있는 점검 결과에 이런 ε_0을 도입해서 재서술해보면, 다음과 같은 표를 그릴 수 있다.

입증 측도	그룹1			그룹2	
	C_d	C_r	C_l	C_s	C_τ
HEM3 점검 결과	$\varepsilon=\varepsilon_0+\varepsilon'$	$\varepsilon=\varepsilon_0+\varepsilon'$	$\varepsilon=\varepsilon_0+\varepsilon'$	$\varepsilon<\varepsilon_0+\varepsilon'$	$\varepsilon<\varepsilon_0+\varepsilon'$

<표3>

HEM3을 포착하기 위해서 $\varepsilon_0=0$을 가정한 SBS가 증명해야 할 것은 $\varepsilon>\varepsilon'$, 즉 $\varepsilon>\varepsilon_0+\varepsilon'$이어야 했다. 그러나 위의 표에 따르면 다섯 측도 중 어느 것에서도 $\varepsilon>\varepsilon_0+\varepsilon'$가 보장되지 않는다. 바로 이런 이유에서 나는 SBS가 HEM3를 포착할 수 없다고 판단한 것이다.

그렇다면, A3을 거부함으로써 우리는 어떤 결과를 얻을 수 있을까? ε, ε_0, ε′ 사이에는 다음 세 가지 관계 중 하나가 성립할 것이다: $\varepsilon=\varepsilon_0+\varepsilon'$, $\varepsilon<\varepsilon_0+\varepsilon'$, $\varepsilon>\varepsilon_0+\varepsilon'$. 그리고 A3을 거부한다는 것은 다음 둘 중 하나를 선택한다는 것이다: $A3_{>}$, $A3_{<}$. 따라서 이 두 선택지와 위 세 가지 관계를 결합하여 만들어지는 경우들을 고려함으로써, HEM3 보장 여부를 확인할 수 있다.

	$\varepsilon<\varepsilon_0+\varepsilon'$	$\varepsilon=\varepsilon_0+\varepsilon'$	$\varepsilon>\varepsilon_0+\varepsilon'$
$A3_>$	HEM3 보장 안됨	**HEM3 보장**	**HEM3 보장**
$A3_<$	HEM3 보장 안됨	HEM3 보장 안됨	HEM3 보장 안됨

<표4>

$A3_>$과 $\varepsilon=\varepsilon_0+\varepsilon'$가 성립할 때는 HEM3이 보장된다. 왜냐하면 $A3_>$가 성립하면 $\varepsilon_0>0$이므로, $\varepsilon=\varepsilon_0+\varepsilon'$이면 $\varepsilon>\varepsilon'$이기 때문이다. 한편, $A3_<$와 $\varepsilon=\varepsilon_0+\varepsilon'$가 성립할 때는 HEM3이 보장되지 않는다. 왜냐하면, $\varepsilon=\varepsilon_0+\varepsilon'$이 성립하고 $\varepsilon_0<0$일 때는 $\varepsilon<\varepsilon'$이라는 HEM3을 위반하는 결과가 발생할 수 있기 때문이다. 나머지도 이와 유사하게 설명된다.

위 표가 보여주고 있듯이, 베이즈주의자들에게 있어 $A3_>$을 선택하는 것이 $A3_<$을 선택하는 것보다 좋은 경우들이 있고 그 어떤 경우에도 나쁘지 않다. 따라서 이런 점을 고려했을 때, HEM3을 포착하고자 하는 베이즈주의자들은 $A3_>$과 $A3_<$ 중에서 $A3_>$을 선택하는 것이 보다 합리적이라고 말할 수 있다.

5.3 입증 측도

이런 분석 결과는 HEM3을 포착하려는 베이즈주의자들에게 A3을 거부하고 $A3_>$을 받아들일 것을 권유한다. 하지만 아직까지는 베이즈주의자들이 $A3_>$을 받아들임으로써 HEM3을 포착한다고 단언할 수 없다. 왜냐하면 <표4>가 보여주듯이, $A3_>$과 함께 $\varepsilon=\varepsilon_0+\varepsilon'$ 또는 $\varepsilon>\varepsilon_0+\varepsilon'$을 성립시키는 입증 측도가 없다면 결국 HEM3을 포착할 수 없기 때문이다. 따라서 나는 그런 측도가 있는지 확인하고 난 뒤에, 베이즈주의자들이 헴펠의 직관을 포착하기 위해서 최종적으로 어떤 전략을 취해야 할지 결정할 것이다.

$A3_>$이 가정되었을 때 $\varepsilon=\varepsilon_0+\varepsilon'$ 또는 $\varepsilon>\varepsilon_0+\varepsilon'$이 성립하는 입증 측

도를 찾고자 한다면, 세 입증의 정도 ε_0, ε', ε 각각이 다음 의미를 가지고 있다는 사실에 주목할 필요가 있다. (이때, 이해를 돕기 위해 잠시 배경지식 'K_R'을 생략한다.)

¬Ra가 H를 입증하는 정도 ε_0. [$= C(H, \neg Ra)$]
¬Ra가 주어졌을 때 ¬Ba가 H를 입증하는 정도 ε'. [$= C(H, \neg Ba|\neg Ra)$]
¬Ra¬Ba가 H를 입증하는 정도 ε. [$= C(H, \neg Ra\neg Ba)$]

일견, 위 세 입증의 정도 사이에는 어떤 관계가 성립하는 듯하다. 흔히 우리의 정보 획득은 한꺼번에 이루어지지 않고 순차적으로 이루어진다. 이런 정보 획득의 특징은 '대상 a가 까마귀가 아니다(¬Ra)'라는 정보와 '대상 a가 검지 않다(¬Ba)'라는 정보를 획득하는 과정에서도 찾아볼 수 있다. 즉 우리는 ¬Ra라는 증거를 획득하고 이어지는 조사에서 ¬Ba라는 증거를 획득함으로써, 최종적으로 ¬Ra¬Ba라는 증거를 획득하게 되곤 한다. 그렇다면 ¬Ra라는 증거와 ¬Ba라는 증거가 연이어 모아져서 ¬Ra¬Ba라는 증거가 만들어졌으므로, ¬Ra가 가설을 입증하는 정도와 연이은 조사에서 획득된 ¬Ba가 가설을 추가적으로 입증하는 정도의 합이 ¬Ra¬Ba가 가설을 입증하는 정도와 같다는 직관은 자연스럽다. 이런 점을 고려하면, 이 세 입증의 정도 사이에는 $\varepsilon=\varepsilon_0+\varepsilon'$이라는 관계가 성립한다고 말할 수 있을 것 같다. 실제로 굿(Good, 1960)이나 밀른(Milne, 1996; 2014)과 같은 철학자는 이런 사항을 고려하여 입증 측도가 만족해야 할 기준으로 '엄격 가법성(strict additivity)'이라는 것을 제시했다. 그 엄격 가법성을 우리의 문제와 관련해서 정식화한다면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

엄격 가법성:
$C(H, \neg Ra\neg Ba|K_R) = C(H, \neg Ra|K_R) + C(H, \neg Ba|\neg RaK_R)$.

이것은 “배경지식 K_R이 주어졌을 때 조사 대상 a가 까마귀가 아니라는 증거가 까마귀 가설을 입증하는 정도”와 “연속된 조사에서 a가 검지 않다는 증거가 추가적으로 까마귀 가설을 입증하는 정도”의 합이 “배경지식 K_R이 주어졌을 때 조사 대상 a가 검지도 않고 까마귀도 아니라는 증거가 까마귀 가설을 입증하는 정도”와 같다는 말이다. 그리고 이것은 $\varepsilon=\varepsilon_0+\varepsilon'$과 같은 말이다.

<표3>은 SBS에서의 분석으로 A3이 가정되었을 때 그룹1의 입증 측도들이 이런 엄격 가법성을 만족한다는 것을 보여준다. 하지만 우리가 찾고자 하는 것은 $A3_>$이 가정되었을 때 엄격 가법성을 만족하는 측도이다. 엄격 가법성의 만족 여부가 주어진 가정에 민감할지도 모르기 때문에, 우리는 지금 단계에서 A3이 아니라 $A3_>$이 가정되더라도 그룹1의 측도들에서 엄격 가법성이 만족된다고 확신할 수 없다. 그럼 어떻게 $A3_>$이 가정되었을 때 엄격 가법성이 만족되는 측도를 찾아낼 수 있을까? 한 가지 방법은 입증 측도가 주어진 가정과 무관하게 엄격 가법성을 만족하고 있다는 것을 증명하는 것이다. 그룹1의 입증 측도 C_d에 대한 이런 증명이 다음과 같이 이루어진다.

입증 측도 C_d의 정의에 의해서 위의 세 입증의 정도가 각각 다음과 같이 나타내어진다.

$$C(H,\neg Ra|K_R) \equiv P(H|\neg RaK_R) - P(H|K_R);$$

$$C(H,\neg Ba|\neg RaK_R) \equiv P(H|\neg Ra\neg BaK_R) - P(H|\neg RaK_R);$$

$$C(H,\neg Ra\neg Ba|K_R) \equiv P(H|\neg Ra\neg BaK_R) - P(H|K_R).$$

이 세 식들 사이에서 다음의 관계가 성립한다는 것을 바로 알 수 있다.

$$\underbrace{P(H|\neg Ra\neg BaK_R)-P(H|K_R)}_{=C(H,\neg Ra\neg Ba|K_R)}$$
$$=\underbrace{P(H|\neg RaK_R)-P(H|K_R)}_{=C(H,\neg Ra|K_R)}+\underbrace{P(H|\neg Ra\neg BaK_R)-P(H|\neg RaK_R)}_{=C(H,\neg Ba|\neg RaK_R)}.$$

이 관계는 다시 측도 C_d의 정의에 의해서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$C(H,\neg Ra\neg Ba|K_R)=C(H,\neg Ra|K_R)+C(H,\neg Ba|\neg RaK_R).$$

이것은 $\varepsilon=\varepsilon_0+\varepsilon'$이므로, 측도 C_d는 엄격 가법성을 만족한다.

이와 유사하게, 그룹1의 나머지 측도 C_r과 C_l도 엄격 가법성을 만족한다는 것을 보일 수 있다.[26] 이들 증명은 주어진 가정과 무관하게 그룹1의 입증 측도들이 엄격 가법성을 만족하고 있다는 것을 보여주므로, A3을 거부하고 $A3_>$이 가정되더라도 $\varepsilon=\varepsilon_0+\varepsilon'$이 성립한다는 것을 알 수 있다. 그렇다면 그룹1의 어떤 입증 측도를 이용하더라도 $A3_>$이 가정되었을 때 $\varepsilon=\varepsilon_0+\varepsilon'$이 성립한다. 한편, <표4>가 보여주듯이 $A3_>$이 가정되었을 때 $\varepsilon=\varepsilon_0+\varepsilon'$이 성립하는 입증 측도에서 HEM3이 보장되므로, 우리는 $A3_>$과 함께 그룹1의 입증 측도를 받아들이면 HEM3이 보장된다는 것을 알 수 있다.

그럼 나머지 측도들, 즉 그룹2의 입증 측도들은 어떨까? <표4>는 $A3_>$이 가정되었을 때 $\varepsilon<\varepsilon_0+\varepsilon'$이 성립한다면 HEM3이 포착되지 않는다고 말해준다. 따라서 우리는 그룹2의 입증 측도 아래에서 $A3_>$이 가정되었을 때 $\varepsilon<\varepsilon_0+\varepsilon'$이 성립할 수 있다는 것을 보임으로써, 그룹2의 측도들이 $A3_>$과 함께 HEM3을 포착할 수 없다는 것을 증명할 수 있다. 이에 대한 점검은 그 가능한 한 가지 경우를 구성해보는 것으로 충분하다. A3을 거부하고 $A3_>$을 가정했을 때 다음

26) 간단하게 입증 측도 C_r과 C_l의 정의에 의해서 기술된 세 입증의 정도 사이에서도 $\varepsilon=\varepsilon_0+\varepsilon'$, 즉 엄격 가법성이 성립한다는 것을 알 수 있다. 주석23)에서 그룹1로 분류된 입증 측도 C_p, C_g, C_j, C_z에 대해서도 이와 유사한 방식으로 엄격 가법성이 만족된다는 것이 증명된다.

과 같은 입증 상황이 가능하다. (단, A4는 가정된다.)

$P(RaBa\|K_R)=0.2$	$P(RaBa\|HK_R)=0.27$	$P(H\|K_R)=0.1$
$P(Ra\neg Ba\|K_R)=0.1$	$P(Ra\neg Ba\|HK_R)=0$	$P(\neg H\|K_R)=0.9$
$P(\neg RaBa\|K_R)=0.3$	$P(\neg RaBa\|HK_R)=0.23$	$P(H\|\neg RaK_R)=0.104$
$P(\neg Ra\neg Ba\|K_R)=0.4$	$P(\neg Ra\neg Ba\|HK_R)=0.5$	$P(H\|BaK_R)=0.1$

이런 입증 상황 아래에서 그룹2의 입증 측도 C_s와 C_τ를 이용하면, 다음 표가 도출된다.

입증 측도	ε	ε_0	ε'	$\varepsilon_0+\varepsilon'$
C_s	0.042	0.014	0.048	0.062
C_τ	0.010	0.003	0.012	0.015

그럼 측도 C_s와 C_τ를 이용하여 도출된 세 값 사이에서 모두 $\varepsilon<\varepsilon_0+\varepsilon'$가 성립한다는 것을 알 수 있다. 더욱이 그룹2로 분류될 수 있는 또 다른 입증 측도들에서도 이와 마찬가지의 결과가 도출된다.[27)] 이 같은 결과에서는 HEM3이 포착되지 않는다. 따라서 $A3_>$을 받아들였을 때 그룹2의 입증 측도 어느 것을 이용하더라도 HEM3을 포착할 수 없다.

이렇듯 입증 측도와 관련된 관계를 이용하면, 베이즈주의자들이 헴펠의 직관을 포착하기 위해서 어떤 입장을 취해야 하는지를 결정할 수 있다. 그것은 독립성 가정 A3을 거부함으로써 SBS에서 이탈하고, $A3_>$과 함께 그룹1의 입증 측도를 받아들이는 것이다.[28)]

27) 주석23)에서 그룹2로 분류된 측도 C_o, C_e, C_n, C_m 중에서 어느 것을 이용하더라도 이와 같은 입증 상황 아래에서 모두 $\varepsilon<\varepsilon_0+\varepsilon'$가 성립한다.

28) 주석24)에서 확인되듯이, 그룹1의 입증 측도는 그룹2의 입증 측도에 비해서

5.4 새로운 해결책

$A3_{>}$과 함께 그룹1의 입증 측도를 받아들이는 새로운 입장을 ‘NEW’라고 부른다면, 논의를 끝내기 이전에 NEW에서도 HEM1/HEM1*와 HEM2/HEM2*가 어떻게 다뤄지는지 살펴 볼 필요가 있다. 왜냐하면 어떤 입장이 HEM3을 포착할 수 있다고 하더라도 그 결과 HEM1/HEM1*나 HEM2/HEM2*를 포착할 수 없게 된다면, 결국 베이즈주의자들이 받아들일 수 없는 입장이 되어버리기 때문이다. 앞에서 설명한대로, SBS는 HEM1*를 증명함으로써 HEM1을 포착하고, HEM2*를 증명함으로써 HEM2를 근사하게라도 포착한다. 따라서 어떤 입장이 SBS의 대안이 될 수 있으려면 그 입장은 적어도 HEM1*와 HEM2*를 증명해내야 한다. 그렇기 때문에 나는 마지막으로 NEW에서도 HEM1*와 HEM2*가 증명되는지를 점검할 것이다.

먼저 NEW에서는 HEM2*, 즉 $C(H,\neg Ra\neg Ba|\neg RaK_R)\gtrsim 0$과 동치인 다음이 증명될 수 있다.[29)]

좋은 평가를 받고 있다. 따라서 그룹2의 입증 측도를 거부하고 그룹1의 입증 측도를 받아들이는 것은 큰 부담이 아니다.

29) 주석20)에서 살펴보았듯이 A2는 아래의 왼쪽과 같이 변형될 수 있고, 그 식은 다시 A4에 의해서 아래의 오른쪽과 같이 변형된다:

$$\frac{P(\neg Ba|K_R)P(H|K_R)}{P(\neg Ra\neg Ba|K_R)}-P(H|K_R)\gtrsim 0;\quad \frac{P(\neg Ra\neg Ba|HK_R)P(H|K_R)}{P(\neg Ra\neg Ba|K_R)}-P(H|K_R)\gtrsim 0.$$

이 식은 베이즈 정리에 의해서 $P(H|\neg Ra\neg BaK_R)-P(H|K_R)\gtrsim 0$으로 바뀌는데, 아래의 (*)와 동치이다. 한편, NEW가 받아들이는 입증 측도 즉 그룹 1의 입증 측도들에서는 아래의 (**)가 성립한다. 그럼 (*)와 (**) 그리고 $A3_{>}$으로부터 아래의 결론이 도출된다.

$C(H,\neg Ra\neg Ba|K_R)\gtrsim 0$. (*)

$C(H,\neg Ra\neg Ba|K_R)=C(H,\neg Ra|K_R)+C(H,\neg Ba|\neg RaK_R)$. (**)

$C(H,\neg Ra|K_R)>0$. ($A3_{>}$)

$\therefore\ C(H,\neg Ba|\neg RaK_R)\gtrsim 0$.

이것은 HEM2*이고, $P(H|\neg Ra\neg BaK_R)-P(H|\neg RaK_R)\gtrsim 0$과 동치이다.

(1) $P(H|\neg Ra\neg BaK_R) - P(H|\neg RaK_R) \gtrsim 0.$

이것은 SBS가 정량적 정당화를 이용하려고 증명했던 HEM2*이다. 그렇다면 NEW 역시도 정량적 정당화에 기대어 HEM2*를 증명함으로써, SBS와 마찬가지로 HEM2를 근사하게나마 포착한다는 것을 알 수 있다.

그럼 HEM1*는 어떻게 증명될까? HEM1*를 증명하기 위해서는 앞의 3절에서 살펴보았듯이, 다음 두 가지를 보여야 한다.

(2) $\dfrac{P(\neg Ba|HK_R)}{P(\neg Ra\neg Ba|K_R)} \gtrsim 1.$

(3) $\dfrac{P(Ra|HK_R)}{P(RaBa|K_R)} \gg \dfrac{P(\neg Ba|HK_R)}{P(\neg Ra\neg Ba|K_R)}.$

여기서 (2)는 쉽게 증명된다.[30] 이것은 $C(H,\neg Ra\neg Ba|K_R) \gtrsim 0$이라는 것과 동치이므로 HEM1, 즉 $C(H,\neg Ra\neg Ba|K_R)>0$을 함축한다. 따라서 NEW는 SBS와 마찬가지로 (2)를 증명하는 것만으로도 HEM1을 포착한다. 하지만 대부분의 베이즈주의자들이 HEM1과 관련하여 포착하려는 것은 RaBa라는 증거가 ¬Ra¬Ba라는 증거보다 까마귀 가설을 훨씬 더 많이 입증해준다는 비교 주장, 즉 (3)이다. 따라서 NEW가 SBS의 대안으로 제시되려면 (3)을 도출함으로써 최종적으로 HEM1*를 증명해야 할 것이다. 그런데, NEW에서 (3)은 SBS에서처럼 바로 따라 나오지 않는다. 그래서 나는 지금까지와는

30) 주석29)에서 살펴보았듯이 A2는 아래의 왼쪽과 같이 변형될 수 있고, 그 식은 다시 아래의 오른쪽과 같이 변형될 수 있다:
$\dfrac{P(\neg Ra\neg Ba|HK_R)P(H|K_R)}{P(\neg Ra\neg BaK_R)} \gtrsim P(H|K_R);\ \dfrac{P(\neg Ba|HK_R)}{P(\neg Ra\neg BaK_R)} \gtrsim 1.$

조금 다른 방식으로 이에 대해 증명할 것이다. 우선, NEW에서 다음 식이 도출된다는 사실에 주목하자.31)

$$(3.1)\quad \frac{P(Ra|HK_R)}{P(RaBa|K_R)}+\frac{P(Ra|K_R)-P(Ra|HK_R)}{P(RaBa|K_R)}\gg\frac{P(\neg Ba|HK_R)}{P(\neg Ra\neg Ba|K_R)}.$$

NEW는 (3.1)을 함축한다. 그렇다면 NEW에서 (3)이 도출된다는 것을 보이기 위해, (3.1)에서 (3)이 도출된다는 것을 보이면 된다. (3)은 비교되고 있는 두 개 항의 차이가 굉장히 크다는 것을 뜻한다. (3.1)은 (3)과 하나의 다른 항을 가지고 있다. 그렇다면 (3.1)만이 가지고 있는 항의 크기가 (3)을 훼손시킬 수 없을 정도로 굉장히 작다는 것을 보인다면, (3.1)에서 (3)이 도출된다고 말할 수 있을 것이다. (3.1)만이 가지고 있는 항의 크기는 $P(Ra|K_R)$-$P(Ra|HK_R)$라는 식의 값에 의해 결정된다. 이 식의 값이 0보다는 크지만 그 크기가 굉장히 작다는 것은 $P(Ra|K_R)-P(Ra|HK_R)\gtrsim 0$, 즉 $C(H,Ra|K_R)\lesssim 0$이라는 것이다. 따라서 NEW에서 (3)이 도출된다는 것을 확인하기 위해, 우리는 NEW에서 $C(H,Ra|K_R)\lesssim 0$가 도출되는지를 살펴보면 된다.

우선, (1)과 $A3_{>}$으로부터 다음이 성립한다.

---

31) 주석14)에서 살펴봤듯이 A1에 의해서 다음이 성립한다.

$$\frac{P(RaBa|K_R)+P(Ra\neg Ba|K_R)}{P(RaBa|K_R)}\gg\frac{P(\neg Ra\neg Ba|K_R)+P(Ra\neg Ba|K_R)}{P(\neg Ra\neg Ba|K_R)};$$

$$\frac{P(Ra|K_R)}{P(RaBa|K_R)}\gg\frac{P(\neg Ba|K_R)}{P(\neg Ra\neg Ba|K_R)}.$$

이 식은 다시 A4에 의해서 다음과 같이 변형된다.

$$\frac{P(Ra|K_R)}{P(RaBa|K_R)}\gg\frac{P(\neg Ba|HK_R)}{P(\neg Ra\neg Ba|K_R)};$$

$$\frac{P(Ra|HK_R)}{P(RaBa|K_R)}+\frac{P(Ra|K_R)-P(Ra|HK_R)}{P(RaBa|K_R)}\gg\frac{P(\neg Ba|HK_R)}{P(\neg Ra\neg Ba|K_R)}.$$

$P(H|\neg Ra\neg BaK_R) \gtrsim P(H|\neg RaK_R) > P(H|K_R)$. (†)

한편, (2)는 다음 식과 동치이다.

$P(H|\neg Ra\neg BaK_R) \gtrsim P(H|K_R)$. (‡)

그럼, (†)과 (‡)로부터 다음이 도출된다.

$P(H|\neg RaK_R) \gtrsim P(H|K_R)$.

이것은 $P(Ra|HK_R) \lesssim P(Ra|K_R)$, 즉 $C(H,Ra|K_R) \lesssim 0$과 동치이다.

이런 사실은 NEW에서 도출된 (3.1)에서 (3)이 따라 나온다는 것을 보장해준다. 그렇다면 NEW에서 (2)와 (3)이 도출되므로, NEW에서도 HEM1*가 증명된다.

결국, A3을 거부하고 $A3_{>}$을 받아들이는 새로운 입장 NEW는 SBS와 마찬가지로 HEM1*와 HEM2*를 포착함(증명함)과 동시에 SBS가 포착하지 못하는 HEM3을 포착해냄으로써, SBS보다 더 훌륭하게 헴펠의 직관을 포착하고 있는 것 같다. 이런 입장 NEW는 SBS와 함께 다음과 같이 비교될 수 있다. (‘○’은 포착한다는 것이고 ‘×’는 포착하지 못한다는 것이다.)

	A3	A4	HEM1*	HEM2*	HEM3
SBS	수용	수용	○	○	×
NEW	거부	수용	○	○	○

<표6>

6. 결론

입증에 대해 헴펠이 제시한 주요 직관은 세 가지, 즉 HEM1-3으로 요약된다. SBS는 엄밀한 의미에서 HEM1을 포착하지만 HEM2는 포착하지 못한다. 하지만 나는 SBS가 베이즈주의자들의 전형적

인 응답 방식, 즉 정량적 정당화에 기대어 HEM2를 근사하게라도 포착할 것으로 예상한다. 이들 두 직관을 받아들였을 때 도출되는 또 하나의 주장이 있다. 그것은 HEM1이 제시하는 입증의 정도가 HEM2가 제시하는 입증의 정도보다 크다는 비교 주장, 즉 HEM3 이다. SBS는 HEM3을 포착하지 못한다. 입증에 대한 헴펠의 직관, 특히 HEM3을 다룰 수 없다는 것이 SBS에 대한 나의 진단이다. 그럼 HEM3을 포착하고 나아가 다른 직관들까지 포착할 수 있는 방법은 무엇일까? 나의 분석이 옳다면, 한 가지 가능한 방법은 독립성 가정 A3을 거부하는 것이다. 나는 이 글에서 A3을 거부함으로써 HEM3 뿐만 아니라 HEM1-2를 포착할 수 있다는 것을 보였다. 따라서 베이즈주의자들이 헴펠의 직관을 제대로 포착하려면, 독립성 가정 A3을 거부해야 할 것 같다.[32)]

---

32) 익명의 심사위원 한 분은 베이즈주의자들에게 독립성 가정을 포기하는 것은 큰 부담이 되므로 대신에 니코드 기준을 포기하는 것이 더 나은 선택일 수 있다고 지적해주셨다. 나는 독립성 가정을 포기하는 것이 베이즈주의자들에게 큰 부담이 아니라고 생각한다. Vranas(2004)는 독립성 가정에 대한 제대로 된 정당화 시도가 지금껏 없었고 일부 독립성 가정을 지지하는 논증은 Woodward(1985) 뿐이라고 지적한 바 있다. 또한 독립성 가정 A4가 베이즈주의자들의 달성 목표인 $C(H,\neg Ra\neg Ba|K_R)\gtrsim 0$를 위한 (엄밀한 의미에서의) 필요조건이 아니라는 것을 증명함으로써, A4가 베이즈주의자들에게 반드시 필요한 것은 아니라는 것을 보인바 있다. 나는 브라나스의 이런 지적이 베이즈주의자들이 독립성 가정을 포기하는 것에 대한 부담감을 덜어내는데 크게 기여했다고 생각한다. 실제로, 그 이후로 Fitelson(2006)은 두 개의 독립성 가정을 포기하는 새로운 해결책을 기획했으며 Fitelson and Hawthorne(2010a, 2010b)에서는 그 해결책을 제시했고, Rinard(2014)는 인식적 정당화를 앞세워 일부 독립성 가정을 거부하는 새로운 해결책을 제시했다. 이런 시도들은 더 이상 베이즈주의자들이 독립성 가정을 포기하는 것에 대해 큰 부담을 느끼고 있지 않다는 사실을 보여주는 것 같다.

7. 부록

베이즈주의 표준 해결책, 즉 SBS는 독립성 가정 A3-4를 포함한 네 개의 가정을 받아들이는 입장을 말한다. 나는 이번 절에서 SBS의 가정 아래 HEM3이 입증 측도 C_d, C_s, C_r, C_τ, C_l을 이용한 측정으로 성립하는지 여부를 점검한다.

A3: $P(H \mid \neg RaK_R) = P(H \mid K_R)$.
A4: $P(H \mid BaK_R) = P(H \mid K_R)$.
HEM3: $C(H, \neg Ra \neg Ba \mid K_R) = \varepsilon > \varepsilon' = C(H, \neg Ra \neg Ba \mid \neg RaK_R)$.

A. Carnap(C_d)를 이용한 HEM3 점검

$C(H, \neg Ra \neg Ba \mid K_R)$을 입증 측도 C_d으로 측정해보자.

$C_d(H,E \mid K) = P(H \mid EK) - P(H \mid K)$.

$\varepsilon = C_d(H, \neg Ra \neg Ba \mid K_R)$

$= P(H \mid \neg Ra \neg BaK_R) - P(H \mid K_R)$ (C_d의 정의에 의해서)

$= P(H \mid \neg Ra \neg BaK_R) - P(H \mid \neg RaK_R)$ (A3에 의해서)

$= C_d(H, \neg Ra \neg Ba \mid \neg RaK_R) = \varepsilon'$ (C_d의 정의에 의해서)

그럼 $\varepsilon = \varepsilon'$이므로 C_d를 이용한 SBS에서의 측정은 $\varepsilon > \varepsilon'$, 즉 HEM3이 성립하지 않는다. 증명 끝.

B. Christensen(C_s)를 이용한 HEM3 점검

C_s를 이용한 점검에서는 두 가지가 추가로 요구된다. 따라서 점검 이전에 나는 SBS의 가정들로부터 이 두 가지, 즉 (†)과 (‡)를 먼저 도출할 것이다.

1. $P(Ra \neg Ba \mid HK_R) + P(RaBa \mid HK_R) = P(Ra \mid HK_R)$ (확률규칙에 의해서)

2. $P(RaBa|HK_R) = P(Ra|HK_R)$ (1, $P(Ra\neg Ba|HK_R) = 0$)
3. $P(Ra|HK_R) = P(Ra|K_R)$ (A3과 동치)
4. $P(Ra|K_R) = P(RaBa|K_R) + P(Ra\neg Ba|K_R)$ (확률규칙에 의해서)
5. $P(RaBa|HK_R) = P(RaBa|K_R) + P(Ra\neg Ba|K_R)$ … (†) (2-4)
6. $P(\neg Ra\neg Ba|HK_R) = P(\neg Ba|HK_R)$ (동어반복)
7. $P(\neg Ba|HK_R) = P(\neg Ba|K_R)$ (A4와 동치)
8. $P(\neg Ba|K_R) = P(Ra\neg Ba|K_R) + P(\neg Ra\neg Ba|K_R)$ (확률규칙에 의해서)
9. $P(\neg Ra\neg Ba|HK_R) = P(Ra\neg Ba|K_R) + P(\neg Ra\neg Ba|K_R)$ (6-8)
10. $P(RaBa|HK_R) + P(\neg RaBa|HK_R) + P(\neg Ra\neg Ba|HK_R)$
$= P(RaBa|K_R) + P(\neg RaBa|K_R) + P(Ra\neg Ba|K_R) + P(\neg Ra\neg Ba|K_R)$
(확률규칙에 의해서)
11. $P(\neg RaBa|HK_R) = P(\neg RaBa|K_R) + P(Ra\neg Ba|K_R)$ … (‡) (5,9,10)

SBS로부터 (†)과 (‡)이 도출된다.

그럼 이제 $C(H, \neg Ra\neg Ba|K_R)$을 입증 측도 C_s으로 측정해보자.
$C_s(H, E|K) = P(H|EK) - P(H|\neg EK)$.

$\varepsilon = C_s(H, \neg Ra\neg Ba|K_R)$

$= P(H|\neg Ra\neg BaK_R) - P(H|\neg(\neg Ra\neg Ba)K_R)$ (C_s의 정의에 의해서)

$= P(H|\neg Ra\neg BaK_R) - P(H|(Ra\lor Ba)K_R)$ (드모르간 법칙에 의해서)

$= P(H|\neg Ra\neg BaK_R) - \dfrac{P(H(Ra\lor Ba)|K_R)}{P(Ra\lor Ba|K_R)}$ (조건부 확률에 의해서)

$= P(H|\neg Ra\neg BaK_R) - \dfrac{P(H(Ra\lor Ba)|K_R)}{P(Ra|K_R) + P(Ba|K_R) - P(RaBa|K_R)}$
(합법칙에 의해서)

$= P(H|\neg Ra\neg BaK_R) - \dfrac{P(Ra\lor Ba|HK_R)P(H|K_R)}{P(Ra|K_R) + P(Ba|K_R) - P(RaBa|K_R)}$
(베이즈 정리에 의해서)

$$= P(H|\neg Ra\neg BaK_R) - P(H|K_R) \times \left(\frac{P(Ra|HK_R) + P(Ba|HK_R) - P(RaBa|HK_R)}{P(Ra|K_R) + P(Ba|K_R) - P(RaBa|K_R)} \right)$$

(합법칙에 의해서)

$$= P(H|\neg Ra\neg BaK_R) - P(H|K_R) \times \left(\frac{P(Ra|K_R) + P(Ba|K_R) - P(RaBa|HK_R)}{P(Ra|K_R) + P(Ba|K_R) - P(RaBa|K_R)} \right)$$

(A3과 A4에 의해서)

$$= P(H|\neg Ra\neg BaK_R) - P(H|K_R) \times \left(\frac{P(Ra|K_R) + P(Ba|K_R) - P(RaBa|K_R) - P(Ra\neg Ba|K_R)}{P(Ra|K_R) + P(Ba|K_R) - P(RaBa|K_R)} \right)$$

((†)에 의해서)

$$= P(H|\neg Ra\neg BaK_R) - P(H|K_R) \times \left(\frac{P(Ra|K_R) + P(RaBa|K_R) + P(\neg RaBa|K_R) - P(RaBa|K_R) - P(Ra\neg Ba|K_R)}{P(Ra|K_R) + P(RaBa|K_R) + P(\neg RaBa|K_R) - P(RaBa|K_R)} \right)$$

(확률규칙에 의해서)

$$= P(H|\neg Ra\neg BaK_R) - P(H|K_R) \times \left(\frac{P(Ra|K_R) + P(\neg RaBa|K_R) - P(Ra\neg Ba|K_R)}{P(Ra|K_R) + P(\neg RaBa|K_R)} \right) \cdots (*)$$

(위와 동치)

이번에는 $C(H, \neg Ra\neg Ba|\neg RaK_R)$을 입증 측도 C_s으로 측정해보자.

$$\varepsilon' = C_s(H, \neg Ra\neg Ba|\neg RaK_R)$$

$$= P(H|\neg Ra\neg BaK_R) - P(H|\neg(\neg Ra\neg Ba)\neg RaK_R)$$ (C_s의 정의에 의해서)

$$= P(H|\neg Ra\neg BaK_R) - P(H|(Ra \vee Ba)\neg RaK_R)$$ (드모르간 법칙에 의해서)

$$= P(H|\neg Ra\neg BaK_R) - P(H|(Ra\neg Ra) \vee (\neg RaBa)K_R)$$ (분배 법칙에 의해서)

$$= P(H|\neg Ra\neg BaK_R) - P(H|\neg RaBaK_R)$$ (모순 제거에 의해서)

$$= P(H|\neg Ra\neg BaK_R) - \frac{P(H|K_R)P(\neg RaBa|HK_R)}{P(\neg RaBa|K_R)}$$ (베이즈 정리에 의해서)

$$= P(H|\neg Ra\neg BaK_R) - P(H|K_R)\left(\frac{P(\neg RaBa|HK_R)}{P(\neg RaBa|K_R)} \right)$$ (위와 동치)

$$=P(H|\neg Ra\neg BaK_R)-P(H|K_R)\left(\frac{P(\neg RaBa|K_R)-P(Ra\neg Ba|K_R)}{P(\neg RaBa|K_R)}\right)\cdots(**)$$

((‡)에 의해서)

(*)와 (**)를 비교하면 $\varepsilon<\varepsilon'$이므로 C_s를 이용한 SBS에서의 측정은 $\varepsilon>\varepsilon'$, 즉 HEM3이 성립하지 않는다. 증명 끝.

C. Keynes(C_r)을 이용한 HEM3 점검

$C(H,\neg Ra\neg Ba|K_R)$을 입증 측도 C_r으로 측정해보자.

$C_r(H,E|K)=\ln\left(\frac{P(H|EK)}{P(H|K)}\right)$.

$\varepsilon=C_r(H,\neg Ra\neg Ba|K_R)$

$=\ln\left(\frac{P(H|\neg Ra\neg BaK_R)}{P(H|K_R)}\right)$ (C_r의 정의에 의해서)

$=\ln\left(\frac{P(H|\neg Ra\neg BaK_R)P(H|K_R)}{P(H|K_R)P(H|K_R)}\right)$ (위와 동치)

$=\ln\left(\frac{P(H|\neg Ra\neg BaK_R)P(H|K_R)}{P(H|K_R)P(H|\neg RaK_R)}\right)$ (A3에 의해서)

$=\ln\left(\frac{P(H|\neg Ra\neg BaK_R)P(\neg Ra|K_R)}{P(H|K_R)P(\neg Ra|HK_R)}\right)$ (베이즈 정리에 의해서)

$=\ln\left(\frac{P(H|\neg Ra\neg BaK_R)}{P(H|\neg RaK_R)}\right)$ (베이즈 정리에 의해서)

$=C_r(H,\neg Ra\neg Ba|\neg RaK_R)=\varepsilon'$ (C_r의 정의에 의해서)

그럼 $\varepsilon=\varepsilon'$이므로 C_r을 이용한 SBS에서의 측정은 $\varepsilon>\varepsilon'$, 즉 HEM3이 성립하지 않는다. 증명 끝.

D. Carnap′(C_τ) 를 이용한 HEM3 점검

$C(H,\neg Ra\neg Ba|K_R)$을 입증 측도 C_τ으로 측정해보자.
$C_\tau(H,E|K)=P(HE|K)-P(H|K)P(E|K)$.

$$\varepsilon = C_\tau(H,\neg Ra\neg Ba|K_R)$$
$$=P(H\neg Ra\neg Ba|K_R)-P(H|K_R)P(\neg Ra\neg Ba|K_R)\cdots(*)$$

(C_τ의 정의에 의해서)

이번에는 $C(H,\neg Ra\neg Ba|\neg RaK_R)$을 입증 측도 C_τ으로 측정해보자.

$$\varepsilon' = C_\tau(H,\neg Ra\neg Ba|\neg RaK_R)$$
$$=P(H\neg Ra\neg Ba|\neg RaK_R)-P(H|\neg RaK_R)P(\neg Ra\neg Ba|\neg RaK_R)$$

(C_τ의 정의에 의해서)

$$=\frac{P(H\neg Ra\neg Ba|K_R)}{P(\neg Ra|K_R)}-P(H|\neg RaK_R)\frac{P(\neg Ra\neg Ba|K_R)}{P(\neg Ra|K_R)}$$

(조건부 확률에 의해서)

$$=\frac{P(H\neg Ra\neg Ba|K_R)}{P(\neg Ra|K_R)}-P(H|K_R)\frac{P(\neg Ra\neg Ba|K_R)}{P(\neg Ra|K_R)}$$

(A3에 의해서)

$$=\frac{1}{P(\neg Ra|K_R)}[P(H\neg Ra\neg Ba|K_R)-P(H|K_R)P(\neg Ra\neg Ba|K_R)]\cdots(**)$$

(위와 동치)

(*)와 (**)를 비교하면 $\varepsilon<\varepsilon'$이므로 C_τ를 이용한 SBS에서의 측정은 $\varepsilon>\varepsilon'$, 즉 HEM3이 성립하지 않는다. 증명 끝.

E. Good(C_l)을 이용한 HEM3 점검

$C(H,\neg Ra\neg Ba|K_R)$을 입증 측도 C_l으로 측정해보자.
$C_l(H,E|K)=\ln\left(\frac{P(E|HK)}{P(E|\neg HK)}\right)$.

$$\varepsilon = C_l(H,\neg Ra\neg Ba|K_R)$$

$$=\ln[\frac{P(\neg Ra\neg Ba|HK_R)}{P(\neg Ra\neg Ba|\neg HK_R)}]$$ (C_1의 정의에 의해서)

$$=\ln[\frac{P(\neg Ba|H\neg RaK_R)P(\neg Ra|HK_R)}{P(\neg Ba|\neg H\neg RaK_R)P(\neg Ra|\neg HK_R)}]$$ (베이즈 정리에 의해서)

$$=\ln[\frac{P(\neg Ba|H\neg RaK_R)}{P(\neg Ba|\neg H\neg RaK_R)}]$$ (A3에 의해서)

$$=\ln[\frac{P(\neg Ra\neg Ba|H\neg RaK_R)}{P(\neg Ra\neg Ba|\neg H\neg RaK_R)}]$$ (위와 동치)

$$=C_1(H,\neg Ra\neg Ba|\neg RaK_R)=\varepsilon'$$ (C_1의 정의에 의해서)

그럼 $\varepsilon=\varepsilon'$이므로 C_1을 이용한 SBS에서의 측정에서는 $\varepsilon>\varepsilon'$, 즉 HEM3이 성립하지 않는다. 증명 끝.

참고문헌

박일호 (2013), “조건화와 입증: 조건화 옹호 논증”, 『논리연구』, 제16집 제2호, pp. 155-187.

박제철 (2014), “헴펠의 역설에 대한 해결”, 『과학철학』, 제17집 제3호, pp. 1-22.

여영서 (2010), “입증의 정도를 어떻게 측정할 것인가?”, 『과학철학』, 제13집 제2호, pp. 41-69.

이영의 등 (2018), 『입증』, 서울: 서광사.

조인래 등 (1999), 『현대 과학철학의 문제들』, 도서출판 아르케.

최원배 (2018), “입증의 역설 다시 보기”, 『논리연구』, 제20집 제3호, pp. 367-390.

허원기 (2018), “까마귀 가설과 까마귀가 아닌 것”, 『과학철학』, 제21집 제1호, pp. 39-67.

Carnap, R. (1962), *Logical foundations of probability*, The University of Chicago Press.

Crupi, V., Tentori, K., and Gonzalez, M. (2007), “On Bayesian measures of evidential support: Theoretical and empirical issues”, *Philosophy of Science* 74(2), pp. 229-252.

Crupi, V. (2015), “Confirmation”, *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, URL = https://plato.stanford.edu/entries/confirmation/

Earman, J. (1992), *Bayes or Bust? A Critical Examination of Bayesian Confirmation Theory,* Cambridge, ma: MIT Press.

Eells, E. and Fitelson, B. (2002), “Symmetries and asymmetries in evidential support”, *Philosophical Studies* 107(2), pp. 129-142.

Fitelson, B. (1999), “The plurality of Bayesian measures of confirmation and the problem of measure sensitivity”, *Philosophy of Science* 66, pp. 362-378.

Fitelson, B. (2006), “The Paradox of Confirmation”, *Philosophy Compass* 1(1), pp. 95-113.

Fitelson, B. and Hawthorne, J. (2010a), “How Bayesian Confirmation Theory Handles the Paradox of Ravens”, in E. Ells and J. H. Fetzer (eds.), *The Place of Probability in Science*, Dordrecht: Springer, pp. 247-276.

Fitelson, B. and Hawthorne, J. (2010b), “The Wason Task(s) and the Paradox of Confirmation”, *Philosophical Perspectives*, 24(1), pp. 207-241.

Good, I. J. (1950), *Probability and the Weighing of Evidence*, Charles Griffin and London, pp. 74-75.

Good, I. J. (1960), “The paradox of confirmation”, *The British Journal for the Philosophy of Science* 11, pp. 145-149.

Hempel, C. (1965), *Aspects of Scientific Explanation and other Essays in the Philosophy of Science*, The Free Press. (번역본: 칼 구스타프 헴펠 지음, 전영삼·여영서·이영의·최원배 옮김(2011)『과학적 설명의 여러 측면: 그리고 과학철학에 관한 다른 논문들』, 서울: 나남.)

Howson, C. and Urbach, P. (2006). *Scientific reasoning: the Bayesian approach*, Open Court Publishing.

Howson, C. and Urbach, P. (2010). “Bayesian versus Non-Bayesian Approaches to Confirmation”, in *Philosophy of Probability: Contemporary Readings*, Routledge, pp. 222-267.

Maher, P. (1999), “Inductive Logic and the Raven Paradox”, *Philosophy of Science* 66, pp. 50-70.

Maher, P. (2004), "Probability Captures the Logic of Scientific Confirmation", in *Contemporary Debates in the Philosophy of Science*, ed. C. Hitchcock, pp. 69-93, Malden: Blackwell.

Milne, P. (1996), "Log[P(H/eb)/P(H/b)] is the one true measure of confirmation", *Philosophy of Science* 63, pp. 21-26.

Milne, P. (2014), "Information, confirmation, and conditionals", *Journal of Applied Logic* 12(3), pp. 252-262.

Park, I. (2014), "Confirmation measures and collaborative belief updating", *Synthese* 191(16), pp. 3955-3975.

Rinard, S. (2014), "A New Bayesian Solution to the Paradox of the Ravens", *Philosophy of Science* 81, pp. 81-100.

Vranas, P. (2004), "Hempel's Raven Paradox: A Lacuna in the Standard Bayesian Solution", *British Journal for the Philosophy of Science* 55, pp. 545-560.

전북대학교 철학과, 비판적사고와논술연구소

Department of Philosophy & Institute of Critical Thinking and Writing, Chonbuk National University

darren07@hanmail.net

Bayesian Confirmation Theory and Hempel's Intuitions

Ilkwon Lee

Hempel's original intuitions about the raven's paradox are summed up in three ways. The first is known as the paradoxical conclusion: If one observes that an object a – about which nothing is antecedently known – is a non-black non-raven, then this observation confirms that all ravens are black. The second is an intuitive verdict of the misled conclusion of the paradox: If one observes that an object a – which is known to be a non-raven – is non-black (hence, is a non-black non-raven), then this observation does not confirmationally affect that all ravens are black. The third is a comparative claim between the two intuitions: the degree of confirmation appearing in the first intuition is greater than the degree of confirmation in the second intuition.

The Standard Bayesian Solution of the paradox is evaluated to fleshed Hempel's intuitions out by establishing the first intuition. However, such an evaluation of this solution should be further analyzed because Hempel's intuition is not the only one. The solution of paradox does not establish the second intuition in a strict sense. However, I think the Bayesian solution will establish the second intuition based on its typical strategy of quantitative vindication. If only quantitative vindication is accepted, this evaluation of the solution remains valid. Nevertheless, the solution fails to establish the third intuition.

In this article, I propose a new way to apply the Bayesian method to establish Hempel's intuitions, including the third intuition. If my analysis is correct, the Standard Bayesian Solution of the raven's paradox could indeed flesh Hempel's intuitions out by denying one of the assumptions considered essential.

Key Words: the Ravens paradox, Bayesian confirmation theory, Hempel, Confirmation measure, Independence assumption.