논리연구 23-2(2020) pp. 117-159

전기 비트겐슈타인의 수학철학*

박 정 일

【국문요약】 전기 비트겐슈타인의『논리-철학 논고』에서 논리철학과 수학철학은 가장 핵심적이고 중요한 주제들에 속한다. 그렇다면 비트겐슈타인은『논고』에서 논리학과 수학에 관해 어떤 철학적 견해를 보였는가? 가령 그는 프레게와 러셀의 논리주의를 받아들였는가 아니면 거부했는가? 그는 수학과 논리학의 관계를 어떻게 규정했는가? 가령 "수학은 논리학의 한 방법이다."(6.234)와 "논리학의 명제들이 동어반복들 속에서 보여 주는 세계의 논리를 수학은 등식들 속에서 보여 준다."(6.22)를 우리는 어떻게 해석해야 하는가? 그리고 비트겐슈타인은『논고』에서 동어반복과 등식의 관계를 어떻게 파악했는가? 나는 이 글에서『논고』를 중심으로 이러한 물음들에 대해 대답하고자 한다.

【주요어】 비트겐슈타인,『논리-철학 논고』, 논리학, 수학, 동어반복, 등식

투고일: 2020.05.22. 심사 및 수정완료일: 2020.06.24. 게재확정일: 2020.06.25
* 이 논문은 2017년 대한민국 교육부와 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (NRF-2017S1A5A2A02067597)

1. 들어가는 말

전기 비트겐슈타인의 『논리-철학 논고』(이하, ‘『논고』’로 약칭함)에서 논리철학은, 책 제목이 말해주듯이, 가장 핵심적이고 중요한 주제 중 하나이다. 뿐만 아니라 수학철학을 한 가지 축으로 삼아 중기 비트겐슈타인의 철학이 전개되었다는 점을 염두에 두면, 『논고』에서 제시된 전기 비트겐슈타인의 수학철학이 중기 및 후기 비트겐슈타인의 철학을 이해하는 데 중요한 관건이라는 점은 분명하다. 그렇다면 비트겐슈타인은 『논고』에서 논리학과 수학에 관해 어떤 철학적 견해를 보였는가? 가령 그는 프레게와 러셀의 논리주의를 받아들였는가 아니면 거부했는가? 그는 수학과 논리학의 관계를 어떻게 규정했는가? 나는 이 글에서 『논고』를 중심으로 이러한 물음들에 대해 대답하고자 한다.

『논고』에서 수학철학과 논리철학에 대한 논의는 6번 대에서 이루어지고 있다. 비트겐슈타인은 먼저 6-6.031에서 수의 정의와 기수의 일반 형식을 제시하고 있고, 이어서 6.1-6.13에서 논리학에 대한 논의를 하고 있으며, 다시 이어서 6.2-6.241에서는 수학의 본성과 또 논리학과 수학의 관계를 문제 삼고 있다. 그런데 이 일련의 언급들은 결코 이해하기가 쉽지 않다. 그 어려움은 물론 『논고』의 언급들이 매우 압축적이고 난해하다는 점에도 있지만, 더 중요한 것은, 나는 이렇게 생각하는데, 특히 이 부분에서 제시된 몇몇 표현들과 언급들이 다소 부정확하거나 엄밀하지 않다는 데 있다. 따라서 『논고』의 논리철학과 수학철학을 정확하게 이해하기 위해서는 이 부분을 냉정한 시선으로 바라보는 것이 필수적이라고 나는 생각한다.

이제 우리가 다루어야 할 문제들을 정리해 보자. 첫째,『논고』에 따르면, “수는 연산의 지수이다.”(6.021) 그러나 이는 정확하게 무엇을 뜻하는가? 바로 이 언급에 앞서 비트겐슈타인은 6.02에서 1, 2, 3 등의 기수에 대한 정의를 제시한다. 그런데 이러한 정의는 명제의 일반적 형식과, 한 명제로부터 다른 한 명제로의 이행의 일반적인 형식에 대한 논의를 기반으로 제시된다. 그러나 명제의 일반적 형식과 명제 이행의 일반적 형식은 수의 정의와 정확하게 어떤 관련이 있는가?(요컨대, 6.02의 “**그렇게 해서**”는 무슨 뜻인가?) 또한 비트겐슈타인은 “수는 연산의 지수이다.”라는 언급을 통하여, 프레게와 러셀이 수를 집합의 개념으로 환원하였던 것과 유사하게, 수를 연산의 개념으로 “환원”하는 것처럼 보인다. 그렇다면 비트겐슈타인의 그러한 “환원”은 프레게와 러셀의 환원과 성격이 동일한가?

둘째, 비트겐슈타인에 따르면 “집합론은 수학에서 전혀 쓸데없는 것이다.”(6.031) 이 언급에 이어서 그는 “이는 우리가 수학에서 필요로 하는 일반성이 **우연적** 일반성이 아니라는 것과 연관되어 있다.”라고 말한다. 이제 우리의 의문은 다음과 같다. 여기에서 “우연적 일반성”과 “수학에서 필요로 하는 일반성”은 각각 무엇인가? 또 집합론이 수학에서 전혀 쓸데없다는 것과 우리가 수학에서 필요로 하는 일반성이 우연적 일반성이 아니라는 것은 도대체 어떤 연관이 있는가? 또한 집합론이 수학에서 전혀 쓸데없다는 것은 칸토어의 집합론이 전혀 옳지 않다거나 쓸데없다는 주장인가? 요컨대 우리는 6.031의 언급을 어떻게 이해해야 하는가?

셋째,『논고』에서 수학과 논리학의 관계는 어떻게 규정되고 있는가?『논고』에 따르면, “수학은 하나의 논리적 방법이다.”(6.20) “수학은 논리학의 한 방법이다.”(6.234) 그렇다면 이 언급들은 도대체 어떻게 해석되어야 하는가? 가령 비트겐슈타인은 이 언급들을 통해

프레게와 러셀의 논리주의를 수용하고 있는가? 이 문제는 다시 더 구체적으로 제기될 수 있다. 비트겐슈타인에 따르면, “논리학의 명제들은 동어반복들”(6.1)이고, “수학의 명제들은 등식들”(6.2)이다. 따라서 논리학과 수학의 관계에 대해 규명하고자 한다면 우리는 다음 물음에 대답해야 한다. 동어반복과 등식의 관계란 무엇인가? 특히 참으로 수수께끼 같은 다음의 언급을 우리는 어떻게 해석해야 하는가? “논리학의 명제들이 동어반복들 속에서 보여 주는 세계의 논리를 수학은 등식들 속에서 보여 준다.”(6.22) 마지막으로, 『논고』에 따르면, 논리학의 명제들, 즉 동어반복들은 분석적 명제들이다(6.11). 그렇다면 수학의 명제들, 즉 등식들은 분석적 명제들인가 아닌가?

나는 다음의 순서로 논의하고자 한다. 먼저 우리는 『논고』에서 수가 정의되는 과정과 방법을 이해해야 한다. 이를 위해서는 6.02의 “**그렇게 해서**”를 정확하게 해명하는 것이 필요하다(2절). 『논고』에서 수가 어떻게 정의되고 있는지가 밝혀지면, “수는 연산의 지수이다”라는 언급이 무엇을 겨냥하고 있는지가 드러난다. 그리고 그 의의를 밝히면 우리는 이를 토대로 “집합론은 수학에서 전혀 쓸데없다”라는 언급을 이해할 수 있다(3절). 『논고』에서는 동어반복과 등식의 관계에 대해서 명시적으로 밝히고 있지 않다. 그러나 『비트겐슈타인의 강의, 1932-1935』(*Wittgenstein's Lectures, Cambridge, 1932-1935*)를 살펴보면 우리는 동어반복과 등식의 관계를 이해할 수 있으며, 바로 이 점을 암시하는 언급이 “수학은 논리학의 한 방법이다.”(6.234)임을 알 수 있다(4절). 또한 이 점을 우리는 『논고』에서 “보여주기(showing)”와 관련된 언급들을 살펴보면 알 수 있다(5절). 동어반복과 등식의 관계를 이해하면, 이를 토대로 우리는 『논고』에서 동어반복은 분석적 명제인 반면 등식은 분석적 명제가 아니라는 것을 알 수 있다. 수학을 연산 이론으로 환원한다

는 것은 그저 수학 내에서의 번역에 해당되지만, 그럼에도 불구하고 비트겐슈타인은 프레게와 러셀의 영향 하에서 여전히 논리학이 수학보다 더 근원적인 지위를 차지한다고 보았다(6절).

2. 명제 이행의 일반적 형식과 수의 정의

비트겐슈타인은 6.02에서 수의 정의를 제시한 후, 이어서 6.021에서 “수는 연산의 지수이다.”라고 말한다. 그런데 그는 6.02에서 수의 정의를 제시하기 전에 명제의 일반적 형식과, 한 명제로부터 다른 한 명제로의 이행의 일반적 형식에 대해 논의를 하고 있다. 그러한 논의를 한 후에 6.02는 “그리고 **그렇게 해서** 우리는 수에 도달한다.”라는 언급과 함께 시작된다. 이제 이 부분을 직접 살펴보기로 하자.

> 진리 함수의 일반적 형식은 [$\overline{p}$, $\overline{\xi}$, N($\overline{\xi}$)]이다.
> 이것이 명제의 일반적 형식이다. (6)
>
> 이는 다름 아니라, 모든 명제는 요소 명제들에 N’($\overline{\xi}$)라는 연산을 계속적으로 적용한 결과라는 말이다. (6.001)
>
> 명제가 구성되는 일반적 형식이 주어져 있다면, 그와 동시에 한 명제로부터 다른 한 명제가 연산을 통해 산출될 수 있는 일반적 형식도 이미 주어져 있다. (6.002)
>
> 연산 $\Omega'(\overline{\eta})$의 일반적 형식은 그러므로 [$\overline{\xi}$, N($\overline{\xi}$)]$'$($\overline{\eta}$) (= [$\overline{\eta}$, $\overline{\xi}$, N($\overline{\xi}$)])이다.
> 이것이 한 명제로부터 다른 한 명제로의 이행의 가장 일반적인 형식이다. (6.01)
>
> 그리고 **그렇게 해서** 우리는 수에 도달한다. 나는 다음과 같이 정의한다. (…) (6.02)[1]

---

1) 이 글에서는『논고』의 번역으로 대부분 비트겐슈타인 (2006), 이영철 옮김을 따르고 있다.

이 언급들은 참으로 이해하기가 어렵다. 특히 6.02에서 강조된 표현 “**그렇게 해서**”는 독자로 하여금 멈춰 서게 만든다. 도대체 우리는 “**그렇게 해서**”를 어떻게 이해해야 하는가? 그러니까 어떻게 해서 수에 도달한다는 것인가?

이제 이 문제에 대답하기 위해 위의 언급들을 하나하나 살펴보기로 하자. 비트겐슈타인은 6에서 진리 함수의 일반적 형식, 즉 명제의 일반적 형식을 제시하고 있다. 그것은 $[\overline{p}, \overline{\xi}, N(\overline{\xi})]$이고, 이는 “하나의 변항”(4.53)이며, 그 내용은 “사정이 이러이러하다”와 같다(4.5). 또한 그는 이를 6.001에서 “이는 다름 아니라, 모든 명제는 요소 명제들에 $N(\overline{\xi})$라는 연산을 계속적으로 적용한 결과라는 말이다.”라고 해명하고 있다. 그런데 여기에서 우리가 주목해야 하는 것은 비트겐슈타인이 명제의 일반적 형식(“명제가 구성되는 일반적 형식”(6.002))과 더불어 또 다른 방식의 일반적 형식도 거론하고 있다는 점이다. 즉 그는 “한 명제로부터 다른 한 명제가 연산을 통해 산출될 수 있는 일반적 형식”(6.002)을 제시하고 있는데 전자(명제의 일반적 형식)가 주어지면 이와 동시에 후자(명제 이행의 일반적 형식)도 이미 주어진다고 간주하고 있다(6.002). 그러고 나서 비트겐슈타인은 6.01에서 이를 “연산 $\Omega'(\overline{\eta})$의 일반적 형식은 그러므로 $[\overline{\xi}, N(\overline{\xi})]'(\overline{\eta})$ (= $[\overline{\eta}, \overline{\xi}, N(\overline{\xi})]$)이다. 이것이 한 명제로부터 다른 한 명제로의 이행의 가장 일반적인 형식이다.”라고 요약하고 있다.

이제 문제는 이러하다. 왜 비트겐슈타인은 명제의 일반적 형식과 더불어 명제 이행의 일반적 형식을 거론하고 있는가? 나는 이렇게 생각하는데, 바로 이 문제에 대해 숙고하면 우리는 6.02의 “**그렇게 해서**”를 이해할 수 있다.

먼저 $[\overline{p}, \overline{\xi}, N(\overline{\xi})]$를 살펴보기로 하자. 5,2522를 주목하면,[2] 여

2) “따라서 나는 형식 계열 a, O’a, O’ O’a, ……의 일반항을 “[a, x, O’x]”라고

기에서 괄호 속의 첫 번째 항($\overline{p}$)은 "형식 계열의 시작"이고, 두 번째 항($\overline{\xi}$)은 "계열의 임의의 항 $\overline{\xi}$의 형식"이며, 세 번째 항(N($\overline{\xi}$))은 "$\overline{\xi}$를 바로 뒤따르는 계열 항의 형식"이다. 또한 여기에서 $\overline{p}$는 모든 요소 명제들의 총체임을 주목하자. 말하자면 위의 명제의 일반적 형식은 모든 명제들이 모든 요소 명제들에 대해서 동시 부정이라는 연산을 계속적으로 적용하여 얻을 수 있다는 것을 말하고 있다. "명제들은 모든 요소 명제들의 총체로부터 (또한 당연히, 그것이 **모든 요소 명제들의 총체**라는 점으로부터) 따라 나오는 모든 것이다."(4.52)

이제 논의를 쉽게 하기 위해서 p가 H라는 1개의 값을 갖는다고 하자. 그러면 ($\overline{p}$) = (H)이다. 이제 동시 부정 연산 N을 적용하면, 두 번째 항 N($\overline{\xi}$) = N($\overline{p}$) = ~H이다. 그렇다면 세 번째 항 N($\overline{\xi}$)는 무엇인가? 세 번째 항 N($\overline{\xi}$)는 두 번째 항 N($\overline{\xi}$)의 동시 부정이고, 그리하여 세 번째 항 N($\overline{\xi}$) = ~~H인가? 이 대답이 옳다고 가정하자. 자, 그렇게 되면 어떻게 되는가? 그렇게 되면 [$\overline{p}$, $\overline{\xi}$, N($\overline{\xi}$)]의 형식 계열은 다음과 같게 될 것이다.

H, ~H, ~~H, ~~~H, ~~~~H, ~~~~~H, ……

이 형식 계열은 각각의 항을 논리적 동치인 것으로 바꾸면 다음과 같다.

H, ~H, H, ~H, H, ~H, ……

쓴다. 이 괄호 표현은 하나의 변항이다. 괄호 속의 첫 번째 항은 형식 계열의 시작이고, 두 번째 항은 계열의 임의의 항 x의 형식이며, 세 번째 항은 x를 바로 뒤따르는 계열 항의 형식이다." (5.2522)

요컨대 세 번째 항 N($\bar{\xi}$)이 ~~H라고 가정하면, [$\bar{p}$, $\bar{\xi}$, N($\bar{\xi}$)]의 형식 계열에는 (논리적 동치를 적용하면) H와 ~H만 나올 뿐이며, H의 **모든** 진리 함수가 나오지 않는다. 즉 거기에는 H ∨ ~H와 같은 동어반복과 H & ~H와 같은 모순이 나오지 않는 것이다. 다시 말해 이는 명제의 일반적 형식을 통하여 모든 명제, 모든 진리 함수가 요소 명제들에 N'($\bar{\xi}$)라는 연산을 계속적으로 적용하여 산출된다는 6.001의 언급과 상충한다.

따라서 세 번째 항 N($\bar{\xi}$)는 ~~H가 **아니다**. 그렇다면 세 번째 항 N($\bar{\xi}$)는 무엇인가? 나는 이 문제를 해결해 줄 열쇠는 "$\bar{\xi}$"라는 표현에 있다고 생각한다.[3] 먼저 우리는 [H, ξ, N(ξ)]와 [H, $\bar{\xi}$, N($\bar{\xi}$)]를 구분해야 한다. 전자의 형식 계열은 H, ~H, ~~H, ~~~H, ……이다. 즉 ξ가 H인 경우, N(H) = ~H이고, ξ가 N(H), 즉 ~H인 경우, NN(H) = ~~H이며, 이와 같이 계속 전개된다. 이제 후자의 형식 계열이 어떻게 주어질지를 생각해 보자.[4]

먼저 주어진 첫 번째 항 H에 대해서 N($\bar{\xi}$)를 얻고자 할 때, ($\bar{\xi}$) = (H)이다. 따라서 첫 번째 항 H에 대해서 두 번째 항 N($\bar{\xi}$) = N(H) = ~H이다. 이제 주어진 첫 번째 항 H와 두 번째 항 ~H에

---

3) "나는 명제들을 항으로 가지는 괄호 표현을—그 괄호 속에 든 항들의 순서가 아무래도 상관없을 때—"($\bar{\xi}$)"라는 형식의 기호로 나타낸다. "ξ"는 괄호 표현의 항들을 그 값으로 가지는 하나의 변항이다; 그리고 그 변항 위의 선은 그 변항이 괄호 속에 들어 있는 그 변항의 값들 전부를 대표한다는 것을 나타낸다. (그러므로 ξ가 가령 P, Q, R이라는 3개의 값을 가진다면, ($\bar{\xi}$) = (P, Q, R)이다.)"(5.501) 여기에서 두 번째 문장을 정확하게 읽는 것은 결정적으로 중요하다. 비트겐슈타인은 "ξ"가 "괄호 표현의 항들을 그 값으로 가지는 하나의 변항"이라고 말했으며, "괄호 표현의 항들 **전체**를 그 값으로 가지는 하나의 변항"이라고는 말하지 않았다.

4) 블랙은 [H, ξ, N(ξ)]와 [H, $\bar{\xi}$, N($\bar{\xi}$)]가 상이하다는 것을 전혀 파악하지 못하고 있다. 참고: Black (1964), p. 314.

대해서 N($\bar{\xi}$)가 어떻게 주어질 것인지를 생각해 보자. 먼저 ξ의 값이 오직 하나인 경우를 생각해 보자.[5] 여기에는 두 가지가 있다. 즉 ξ의 값이 H인 경우와 ξ의 값이 ~H인 경우가 그것이다. 전자의 경우에는 ($\bar{\xi}$) = (H)이고, N($\bar{\xi}$) = ~H이다. 후자의 경우에는 ($\bar{\xi}$) = (~H)이고, N($\bar{\xi}$) = ~~H이다. 다음으로 ξ의 값이 2개인 경우를 생각해 보자. 이 경우에는 ($\bar{\xi}$) = (H, ~H)이고, N($\bar{\xi}$) = ~H & ~~H이다.[6] 따라서 ξ의 값이 하나인 경우와 두 개인 경우를 모두 생각하면, 첫 번째 항 H와 두 번째 항 ~H에 대해서 (논리적 동치를 적용하면) 세 번째 항 N($\bar{\xi}$) = H, ~H, H & ~H이다.[7]

마찬가지로 주어진 첫 번째 항 {H}와 두 번째 항 {~H}, 그리고 세 번째 항 {H, ~H, H & ~H}에 대해서[8] ($\bar{\xi}$) = (H, ~H,

---

5) “N($\bar{\xi}$)는 명제 변항 ξ의 값들 전체의 [동시] 부정이다.”(5.502) 여기에서 ξ의 값들은 (($\bar{\xi}$)이 어떻게 주어지느냐에 따라) 하나일 수도 있고 2개일 수도 있고, n개일 수도 있으며, 각각의 경우에 N($\bar{\xi}$)가 결정된다.

6) “ξ가 오직 하나의 값만 가진다면, N($\bar{\xi}$)=~p(p가 아니다)이고, ξ가 두 개의 값을 가진다면, N($\bar{\xi}$)=~p & ~q(p도 아니고 q도 아니다)이다.”(5.51) 물론 ξ가 세 개의 값을 가진다면, N($\bar{\xi}$)=~p & ~q & ~r이다.

7) 5.501에서 “($\bar{\xi}$)”와 “ξ”의 차이를 정확하게 파악하는 것은 매우 중요하다. 전자는 “괄호 표현”이고, 후자는 “괄호 표현의 항들을 그 값으로 가지는 변항”이다. 5.501에 따르면 “그 변항의 값들은 규정된다.” 가령 ($\bar{\xi}$) = (H, ~H)일 때, 변항 ξ의 값들은 규정된다. 그리하여 ξ의 값은 하나일 수도 있고 두 개일 수도 있다. 다음으로 비트겐슈타인은 5.501에서 “세 종류의 기술”을 구별하고 있는데, 그 중 하나는 “그러한 명제들을 형성할 때 따르는 형식적 법칙의 제시”이며, “이 경우 괄호 표현의 항들은 어떤 한 형식 계열의 항들 전체이다.” 우리는 [H, $\bar{\xi}$, N($\bar{\xi}$)]라는 형식적 법칙을 다루었으며, 여기에서 가령 ($\bar{\xi}$) = (H, ~H)이라는 괄호 표현에서 항들 H, ~H는 이 형식 계열에서 두 번째 항까지의 형식 계열의 항들 전체이다.

H & ~H)이다(논의를 쉽게 하기 위해서 논리적 동치들만을 생각하기로 하자). 이제 네 번째 항 N($\bar{\xi}$)는 앞에서와 같은 방식으로 얻을 수 있다. 즉 ξ의 값이 오직 하나인 경우, 즉 ξ의 값이 H이거나 ~H이거나 H & ~H인 경우, 첫째 경우 N($\bar{\xi}$) = ~H이고 둘째 경우 N($\bar{\xi}$) = H이며, 셋째 경우 N($\bar{\xi}$) = H ∨ ~H이다. 또한 ξ의 값이 2개인 경우, 즉 그 값이 H와 ~H이거나 ~H와 H & ~H이거나 H와 H & ~H인 경우, 각각 N($\bar{\xi}$)는 H & ~H, H, ~H이다. ξ의 값이 3개인 경우, 즉 그 값이 H와 ~H와 H & ~H인 경우, N($\bar{\xi}$) = ~H & H & (H ∨ ~H) = H & ~H이다. 결론적으로 주어진 첫 번째 항, 두 번째 항, 세 번째 항에 대해서 네 번째 항 N($\bar{\xi}$) = {H, ~H, H & ~H, H ∨ ~H}이다. 그리고 이와 같이 다섯 번째 항부터 N($\bar{\xi}$)는 모두 {H, ~H, H & ~H, H ∨ ~H}이다.[9]

따라서 [H, $\bar{\xi}$, N($\bar{\xi}$)]의 형식 계열은 다음과 같다.

{H}, {~H}, {H, ~H, H & ~H}, {H, ~H, H & ~H, H ∨ ~H}, {H, ~H, H & ~H, H ∨ ~H}, ……

요소 명제 H에 대해서 그것의 모든 진리함수는 4개이며, 우리는 이 형식 계열에서 그 4개의 진리함수가 모두 산출된다는 것을 확인할 수 있다.[10] 이제 우리는 [$\bar{p}$, $\bar{\xi}$, N($\bar{\xi}$)]에서 $\bar{p}$가 1개의 요소

---

8) 이러한 형식 계열에서는 순서가 상관없는 명제들의 집합들이 등장하므로, 모든 각각의 항을 집합으로 나타낼 수 있다.

9) 여기에서 명심해야 하는 것은 논리적 동치를 적용하면 그러하다는 것이다. 반면에 엄격하게 명제 형식들의 차이를 고려한다면, 실제로 산출되는 것은 (위의 형식 계열과 논리적으로 동치인) 더 복잡한 형식의 명제들로 이루어진다.

10) 프래스콜라는 [H, $\bar{\xi}$, N($\bar{\xi}$)]의 형식 계열에 H, ~H, H & ~H, H ∨ ~H가 모두 나온다고 주장하면서 블랙(Black (1964), p. 314)을 비판하고 있지만, 반면

명제인 경우를 다루었으므로, 마찬가지로 $\bar{p}$가 2개, 3개, …의 요소 명제를 포함하는 경우, 어떻게 형식 계열이 주어질지를 알 수 있다. 가령 요소 명제 H와 G에 대해서 $[(H, G)\ \bar{\xi}, N(\bar{\xi})]$의 형식 계열에는 H와 G의 모든 진리함수 16개가 산출되어 나온다.[11)]

다음으로 비트겐슈타인은 요소 명제뿐만 아니라 **임의의 명제들**을 다루는 경우, 이를 나타내기 위해서 $\bar{p}$ 자리에 $\bar{\eta}$를 대입하고 있으며, 6.01에서 연산 $\Omega'(\bar{\eta})$의 일반적 형식이 $[\bar{\xi}, N(\bar{\xi})]'(\bar{\eta})$ 즉, $[\bar{\eta}, \bar{\xi}, N(\bar{\xi})]$이라고 말하고 있다. 그러면서 그는 “이것이 한 명제로부터 다른 한 명제로의 이행의 가장 일반적인 형식이다.”라고 말한다. 그렇다면 왜 그것은 그러한 이행의 **가장** 일반적인 형식인가?

우리는 이 점에 대해서 두 가지를 지적할 수 있다. 첫째, 앞에서 언급했듯이 이 형식은 요소 명제들의 집합이 초항인 경우를 포함해서 임의의 명제들의 집합이 초항인 경우를 다루고 있다. 둘째, 이 형식은 **한** 명제로부터 다른 **한** 명제로 이행하는 것을 포함해서 임의의 명제들로 이루어지는 항으로부터 다른 명제들로 이루어지는 항들로 이행하는 것을 다루고 있다. 바로 그런 점에서 $[\bar{\eta}, \bar{\xi}, N(\bar{\xi})]$는 그러한 이행의 가장 일반적인 형식이다.

또한 우리는 6.01에 대해서 근원적인 질문을 던질 수 있다. 6.01

에 어떻게 해서 그것들이 모두 산출되어 나오는지는 전혀 해명하지 못하고 있다. 참고: Frascolla (1994), p. 3.

11) $[(H, G)\ \bar{\xi}, N(\bar{\xi})]$의 형식 계열은 다음과 같다: {H, G}, {∼H, ∼G, ∼H & ∼G}, {H, G, ∼H, ∼G, H ∨ G, ∼H & G, H & ∼G, H & G, H & ∼H, G & ∼G}, {H, G, ∼H, ∼G, H ∨ G, ∼H & G, H & ∼G, H & G, H & ∼H, G & ∼G, H ∨ ∼H, G ∨ ∼G, H ∨ ∼G, ∼H ∨ G, ∼H ∨ ∼G}, ……. 오스트로우(M. B. Ostrow)는 이 경우에 어떻게 16개의 진리함수가 모두 산출되어 나오는지를 전혀 해명하지 못하고 있다. 그는 N(p, q), N(N(p, q)) 등등을 문제 삼으면서, N(p, q)가 ∼p & ∼q이고, N(N(p, q))가 p ∨ q라고 파악하고 있는데, 그러한 계열에서는 16개의 진리함수가 모두 산출되지 않는다. 참고: Ostrow (2002), p. 118.

에서 연산 Ω는 **연산 변항**이다. 반면에 $[\overline{\eta}, \overline{\xi}, \mathrm{N}(\overline{\xi})]$에서 N은 **연산 상항**이다. 그렇다면 어떻게 연산 $\Omega'(\overline{\eta})$의 일반적 형식이 $[\overline{\eta}, \overline{\xi}, \mathrm{N}(\overline{\xi})]$일 수 있는가? 전자는 연산 변항을 포함하고 있고 후자는 연산 상항을 포함하고 있는데, 어떻게 전자의 일반적 형식이 후자일 수 있는가? 나는 이 물음은 매우 중요하다고 생각한다. 왜냐하면 이로부터 우리는 6.01에서 문제가 되는 연산 Ω는 "…의 직후자"와 같은 연산(이와 같은 연산을 "(확정) 기술구 연산"이라고 부르자)이 제외된, 오직 명제에 대해서만 적용되는 연산(즉 "진리 연산"(5.234))이라는 점이 밝혀질 것이기 때문이다. 먼저 $[\overline{\eta}, \overline{\xi}, \mathrm{N}(\overline{\xi})]$는 $\overline{\eta}$가 $\overline{p}$일 때 명제의 일반적 형식과 동일하다는 점을 주목하자. 따라서 연산 변항 Ω에 어떤 연산 상항으로서의 논리적 상항을 대입한다고 하더라도 그 결과는 (형성 규칙에 맞는 한) 형식 계열 $[\overline{\eta}, \overline{\xi}, \mathrm{N}(\overline{\xi})]$에 나올 수밖에 없다. 그리하여 $\Omega'(\overline{\eta})$의 일반적 형식은 $[\overline{\eta}, \overline{\xi}, \mathrm{N}(\overline{\xi})]$이며, 그런 점에서 $[\overline{\eta}, \overline{\xi}, \mathrm{N}(\overline{\xi})]$는 그러한 이행의 가장 일반적인 형식이다.12)

이제 6.02에서 수의 정의가 제시되는 과정에 대해서는 두 가지를 유념해야 한다. 첫째, 6.02에 등장하는 Ω는 6.01에서 논의된, **명제(들)**에만 적용되는 연산 변항이다. 둘째, 6.02에서 비트겐슈타인은 초항이 $\overline{p}$나 $\overline{\eta}$와 같은 (요소) 명제들의 집합이나 어떤 다른 것들의 집합인 경우를 다루고 있지 **않다**. 그는 형식 계열 $x, \Omega'x, \Omega'\Omega'x, \Omega'\Omega'\Omega'x,$ ……, 즉 $[x, \xi, \Omega'\xi]$를 다루고 있는 것이다. 그는 귀납적 정의

$$x = \Omega^{0'}x \; Def.$$

$$\Omega'\Omega^{\nu'}x = \Omega^{\nu+1'}x \; Def.$$

---

12) 또한 5.501을 살펴보면, 6.01과 6.02에서의 연산이 진리 연산이라는 것을 알 수 있다. 즉 『논고』에서는 "$(\overline{\xi})$"와 같은 기호는 "**명제들**을 항으로 가지는 괄호 표현"(강조는 필자)를 나타내기 위해 사용되고 있다.

에 따라 위의 형식 계열을 $\Omega^{0'}x, \Omega^{0+1'}x, \Omega^{0+1+1'}x, \Omega^{0+1+1+1'}$, ……으로 변환하고, 또 그 형식 계열의 형식이 $[\Omega^{0'}x, \Omega^{\nu'}x, \Omega^{\nu+1'}x]$ 임을 밝히고 있다.

따라서 이제 우리는 6.02의 "**그렇게 해서**"가 첫째, 6.02의 Ω가 논리적 상항(연산)을 값으로 갖는 연산 변항이라는 것을 지적하기 위해서 둘째, 마찬가지로 6.02의 초항 x가 어떤 대상을 나타내는 이름이나 복합체를 나타내는 확정 기술구가 아니라 한 **명제**에 해당되는 것임을 지적하기 위해 등장했다는 것을 알 수 있다. 즉 비트겐슈타인은 한 명제로부터 다른 한 명제로 나아가는 이행의 일반적 형식을 문제 삼으면서 바로 그러한 이행을 가능하게 하는 연산이 수와 본질적인 관련을 맺고 있다고 보았던 것이다. 그러한 이행의 가장 특수한 예로 우리는 다음을 제시할 수 있다.[13)]

p, ∼p, ∼∼p, ∼∼∼p, ∼∼∼∼p, ……

그리고 이는 6.02의 표기법에 따라 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$\sim^{0'}p, \sim^{0+1'}p, \sim^{0+1+1'}p, \sim^{0+1+1+1'}p, \sim^{0+1+1+1+1'}p$, ……

그리하여 비트겐슈타인은 수가 다음과 같이 정의된다고 말한다.

$0 + 1 = 1$ Def.
$0 + 1 + 1 = 2$ Def.
$0 + 1 + 1 + 1 = 3$ Def.
(등등)

13) $[\overline{\eta}, \overline{\xi}, N(\overline{\xi})]$는 일반적으로 명제들로부터 다른 명제들로의 이행의 형식이며, 한 명제로부터 다른 한 명제로의 이행은 그 형식의 가장 특수한 예에 해당된다.

3. 집합, 함수, 연산 그리고 수의 정의

앞에서 우리는 비트겐슈타인이 수를 정의할 때 임의의 연산이 아니라, 오히려 한 명제로부터 다른 한 명제를 산출하게 하는 그러한 연산을 염두에 두었다는 점을 확인하였다. 나는 바로 이것이 6.02의 "**그렇게 해서**"가 의도하는 것이라고 생각한다. 따라서 6.02에 이어서 등장하는 6.021, "수는 연산의 지수이다."는 바로 이러한 맥락에서 이해되어야 한다. 즉 비트겐슈타인이 그 언급을 통해 의도했던 것은 수가 기술구 연산을 포함하는 임의의 연산의 지수라는 것이 아니라, 오히려 한 명제에서 다른 한 명제를 산출하는 그러한 연산, 즉 진리 연산의 지수라는 것이다.

또한 우리는 이 지점에서 6.02의 수의 정의를 음미할 필요가 있다. 이 일련의 정의에서 우변 "1", "2", "3" 등은 피정의항이고, 좌변 "0 + 1", "0 + 1 + 1", "0 + 1 + 1 + 1" 등은 정의항이다. 이때 주의할 것은 "0 + 1 = 1 Def."라는 정의가 순환적인 정의가 아니라는 점이다. 왜냐하면 여기에서 피정의항 "1"은 산수의 언어에 속하고, 정의항 "0 + 1"은 연산 이론의 언어에 속하기 때문이다. 우리는 연산 이론의 언어에 속하는 표현을 산수의 언어에 속하는 것과 구분하기 위해 이탤릭체로 표기할 수 있는데, 이에 따르면 위의 정의는 다음과 같이 표기된다. "*0* + *1* = 1 Def.", "*0* + *1* + *1* = 2 Def.", "*0* + *1* + *1* + *1* = 3 Def.", 등등. 또는 이를 다음으로 바꿀 수 있다. "*S0* = 1 Def.", "*SS0* = 2 Def.", "*SSS0* = 3 Def.", 등등.

이제 우리는 "수는 연산의 지수이다."(6.021)에서 "수"와 "연산의 지수"가 무엇인지를 알 수 있다. 정의 "*0* + *1* = 1", "*0* + *1* + *1*

= 2”, “*0 + 1 + 1 + 1* = 3”, 등등에서 “수”는 1, 2, 3 등등이고, “연산의 지수”는 *0 + 1*, *0 + 1 + 1*, *0 + 1 + 1 + 1* 등등이다. 우리는 이 지점에서 비트겐슈타인이 산수의 언어와 연산 이론의 언어를 구분하고 있다는 것을 알 수 있다. 오직 이렇게 파악할 때에만, 6.02의 기수에 대한 정의는 순환적이지 않다고 말할 수 있다. 그럼에도 불구하고 비트겐슈타인은 “0 + 1 = 1 Def.”에서와 같이, 연산 이론의 언어에 속하는 것과 산수의 언어에 속하는 것을 동일한 방식으로 표기하고 있다.[14]

그렇다면 “수는 연산의 지수이다.”(6.021)는 구체적으로 무엇을 뜻하며, 왜 이것은 비트겐슈타인에게 중요한 통찰인가? 지금까지의 논의를 통해 우리는 “연산의 지수”가 곧 (한 명제로부터 다른 한 명제를 산출하는) 연산이 계속적으로 적용될 때 그 반복 횟수라는 것을 알 수 있다. 그러나 이 지점에서 혹자는 다음과 같이 질문하게 될 것이다. “연산의 지수”가 곧 “연산의 반복 횟수”라면 이는 결국 수를 어떤 것의 반복 횟수로 정의하는 것이고, 이는 순환적인 정의 아닌가? 설령 그렇지 않다고 할지라도, 그러한 생각이 어떤 점에서 중요한 통찰이라고 할 수 있는가?

앞에서 우리는 “*0 + 1* = 1”, “*0 + 1 + 1* = 2”, “*0 + 1 + 1 + 1* = 3”, 등등의 정의가 순환적 정의가 아니며, “연산의 지수”에서 문제가 되는 “연산”은 한 명제로부터 다른 한 명제로 이행하게 하는 진리 연산이라는 것을 살펴보았다. 진리 연산들은 “～”나 “N”과 같은 것으로서 논리적 상항이며, 특히 형식적 개념이다. 이 지점에서 비트겐슈타인이 보이고자 하는 것은 첫째, 수는 형식적 개념이라는 것이고, 둘째, 수는 연산, 즉 논리적 상항이라는 형식적 개념과 본질적인 관련이 있다는 것이며, 셋째, 수는 명제의 형식과 대응된다는 것이다.[15] 이제 이를 상세하게 논의하기로 하자.

---

14) 참고: 박정일 (2019), pp. 426-429.

비트겐슈타인은 6.021에 이어서 다음과 같이 말한다.

> 수 개념은 모든 수에 공통적인 것, 즉 수의 일반적 형식 외에 아무것도 아니다.
> 수 개념은 가변적 수이다.
> 그리고 수의 동일성 개념은 모든 특수한 수 동일성들의 일반적 형식이다. (6.022)
> 정수의 일반 형식은 $[0, \xi, \xi+1]$이다. (6.03)

비트겐슈타인에 따르면, "대상", "복합체", "사실", "함수", "수"(4.1272), "후속자", "형식 계열의 항", "형식 계열의 일반 항"(4.1273), "명제"(6) 등은 모두 형식적 개념이다. 그에 따르면, "형식적 개념은 그것에 속하는 대상과 함께 이미 주어져 있다."(4.12721) 그렇기 때문에 형식적 개념인 수는 그것에 속하는 1, 2, 3 등등과 함께 이미 주어져 있다. 그리하여 수는 형식 계열의 항들에 공통적인 것, 즉 "수의 일반적 형식"이며, 수 개념은 "가변적 수", 즉 변항이다. 그렇게 해서 비트겐슈타인은 ("정수"라고 명명된) 기수의 일반 형식이 $[0, \xi, \xi+1]$이라고 말하고 있는 것이다.

또한 우리는 앞에서 6.02의 수의 정의에서 문제가 되는 연산은 기술구 연산을 포함하는 임의의 연산이 아니라 진리 연산임을 지적하였다. 그렇기 때문에 비트겐슈타인은 수가 논리적 상항이라는 형식적 개념과 본질적인 연관이 있다고 간주하고 있다. 다시 말해 그는 수가 "연산의 형식"과 본질적인 관련이 있다고 보고 있는 것이다. 이 점에 대해서 그는 『철학적 고찰(소견들)』에서 다음과 같이 말한다.

---

15) 『철학적 고찰(소견들)』에서 비트겐슈타인은 이 점에 대해서 다음과 같이 말하고 있다: "나는 수들은 명제적 형식들로부터 정의될 수 있을 뿐이라고 말하고자 한다. 어느 명제들이 참인지 또는 거짓인지 하는 물음과 독립적으로 말이다."(Wittgenstein (1975), p. 125)

> 한편으로 우리는 산수를 완전히 자율적으로 발전시킬 수 있고 그것의 적용은 자신을 스스로 돌보는 것처럼 보인다. 왜냐하면 그것이 적용 가능한 곳에서는 어디서든 우리는 그것을 또한 적용해도 되기 때문이다. 다른 한편으로 연산의 일반 형식에 의해서—내가 제시했던 것처럼—수의 개념을 모호하게(nebulous) 도입하는 것은 필요한 것일 수 없다.[16]

1930년에 작성된 이 기록을 보면, 비트겐슈타인은 자신이 『논고』에서 수의 개념을 "연산의 일반 형식에 의해서" 도입했다고 지적하고 있다. 다시 말해 수는 연산의 형식과 대응한다는 것이다. 가령 다음의 형식 계열에서

$$p,\ \sim p,\ \sim\sim p,\ \sim\sim\sim p,\ \sim\sim\sim\sim p,\ \cdots\cdots$$

각각은 명제의 형식이 다르다. 가령 p와 ~~p는 논리적 동치이고, 그리하여 뜻이 같지만, 그것들의 형식은 상이하다. 마찬가지로 ~p와 ~~~p도 그러하다.[17] 이 형식의 차이에 대해서 수가 대응한다.[18] 우리는 이 점을 보다 더 선명하게 드러내기 위해 위의 형식 계열을 다음의 형식 계열로 바꿀 수 있다.

$$\sim^{0'}p,\ \sim^{0+1'}p,\ \sim^{0+1+1'}p,\ \sim^{0+1+1+1'}p,\ \sim^{0+1+1+1+1'}p,\ \cdots\cdots$$

---

16) Wittgenstein (1975), pp. 130-131.

17) 참고: "연산은 변항 속에서 드러난다; 그것은 어떻게 우리들이 명제들이 한 형식으로부터 다른 한 형식에 도달할 수 있는지를 보여 준다. 그것은 형식들의 차이를 표현한다."(5.24) "연산은 형식을 특징짓지 않고 단지 형식들의 차이를 특징짓는다."(5.241) "연산의 출현은 명제의 뜻을 특징짓지 않는다."(5.25)

18) p, ~p, ~~p, ~~~p, ……를 논리적 동치를 사용해서 바꾸면 p, ~p, p, ~p, ……와 같다. 그러나 이는 0 = 2 = 4 등을 뜻하지 않는다. 수에 대응하는 것은 명제의 형식이지 명제의 뜻이 아니다. 블랙은 이 점을 놓치고 있다. 참고: Black (1964), p. 314.

요컨대 수는 연산의 지수이고, 또 이것은 계속적으로 적용된 연산의 반복 횟수이지만, “연산의 지수”에서 중요한 점은 반복 횟수가 아니라 오히려 연산의 형식이다. 비트겐슈타인은 수가 진리 연산의 형식과 본질적인 관련이 있다고 보았던 것이다.

이러한 수의 정의를 통하여 비트겐슈타인이 프레게나 러셀의 수의 정의를 비판적으로 바라보고 있다는 점이 드러난다. 잘 알려져 있듯이, 러셀은 자연수를 어떤 집합의 수로 간주하였다. 그에 따르면, 수 0은 공집합의 원소의 수이다. 1은 원소가 하나인 집합의 수이며, 원소가 하나인 집합의 집합이다. 마찬가지로 2는 원소가 두 개인 집합의 수이며, 원소가 두 개인 집합의 집합이다. 일반적으로 “수는 ‘비슷함’(similarity)이라고 불리는 속성들을 지니는 집합들의 집합”이며, 두 집합 사이의 원소들 간에 일대일 대응이 성립하면 그 두 집합은 비슷하다. 이는 프레게가 이미 제안했던 정의와 유사하다. 프레게는 0을 ‘자기 자신과 같지 않은’이란 개념에 귀속되는 기수라고 정의하고, 또 1을 ‘0과 같은’이라는 개념에 귀속되는 기수라고 정의한다.[19]

이러한 프레게와 러셀의 수의 정의는 논리학과 수학에 대한 그들의 견해와 깊은 관련이 있다. 프레게와 러셀에게는 논리학은 가장 일반적이고 보편적인 진리를 다루는 학문이었다. 프레게에 따르면, “논리학은 가장 일반적인 진리의 법칙들의 학문이다.”[20] 러셀에 따르면, “논리학은 동물학과 마찬가지로 실제 세계를 다루며, 하지만 세계의 더 추상적이고 일반적인 특성들(features)을 다룬다.”[21] 더 나아가 그들은 이러한 논리학으로부터 수학이 도출된다는 논리주의를 주장하였다. 반면에 비트겐슈타인은 이러한 논리학관을 거부한다. 『논고』에 따르면, 논리학은 동어반복들로 이루어지며, 동어

---

19) Russell (2007), p. 23, p. 56. 프레게 (2003), p. 183, p. 189.

20) Frege (1997), p. 228.

21) Russell (2007), p. 169.

반복은 아무것도 말하지 않는다. 그렇기 때문에 『논고』에서 논리학은 전혀 세계에 속하는 진리나 특성들을 다루지 않는다.[22]

그리하여 비트겐슈타인은 집합이나 함수 개념으로 수를 정의하는 프레게와 러셀의 방식을 비판적으로 바라보면서, 형식적 개념으로서 수를 연산의 개념으로 환원하고자 하였던 것이다. 집합의 개념은 함수로 환원될 수 있고, 함수는 세계에 속하는 속성을 나타낼 수 있지만, 반면에 『논고』의 근본 사상에 따르면 논리적 상항과 같은 연산은 대표하지를 않는다. 비트겐슈타인에 따르면 함수와 연산은 상이하다. 전자는 고유한(실질적)인 개념이고 후자는 형식적인 개념이다. "함수는 그 자신의 논항이 될 수 없다. 그렇지만 연산의 결과는 그 자신의 토대가 될 수 있다."(5.251) "연산과 함수가 서로 혼동되어서는 안 된다,"(5.25) 진리 연산은 실질적 함수가 아니다(5.44).

그리하여 비트겐슈타인은 기수의 일반적 형식을 제시한 후에 다음과 같이 말한다.

> 6.031 집합론은 수학에서 전혀 쓸데없는 것이다.
> 이는 우리가 수학에서 필요로 하는 일반성이 **우연적** 일반성이 아니라는 것과 연관되어 있다.

이 언급은 두 문장으로 이루어져 있다. 그리고 나는 이렇게 생각하는데, 이 두 문장은 둘 다 참으로 이해하기가 어렵다. 먼저 첫 번째 문장 "집합론은 수학에서 전혀 쓸데없는 것이다."에 대해 생각해 보자. 자, 이 언급은 칸토어의 집합론이 수학에서 전혀 쓸데없다는 선언인가? 만일 그런 것이라면 이는 참으로 놀랍고 당혹스러운 주장이 될 것이다. 왜냐하면 6.031의 전후 맥락을 살펴보면 비트겐슈타인은 칸토어의 집합론에 대해, 가령 초한수나 대각선 방법

22) 참고: 박정일 (2018), p. 35.

에 대해서는 전혀 논의하고 있지 않기 때문이다. 그렇다면 우리는 저 언급을 어떻게 이해해야 하는가?

나는 이렇게 생각하는데, 『논고』에서 비트겐슈타인이 말한 것은 **엄밀하게 말하면** "집합론은 수학에서 전혀 쓸데없는 것이다."가 아니다. 그가 말한 것은 이러하다: "6.031 집합론은 수학에서 전혀 쓸데없는 것이다." 여기에서 "6.031"은 결정적으로 중요하다. 『논고』의 유일한 각주에 따르면, "n.1, n.2, n.3 등의 명제들은 n번 명제에 대한 진술들"이고, "n.m1, n.m2 등의 명제들은 n.m번 명제들에 대한 진술들"이다.[23] 그렇기 때문에 6.031은 6.03에 대한 진술로 이해되어야 한다. 6.03에서는 6.02의 수의 정의, 6.021의 연산의 지수로서의 수에 대한 해명에 이어서 기수의 일반적 형식이 제시되어 있다. 그렇기 때문에 6.031은 프레게와 러셀의 수의 정의에서 집합과 함수의 개념이 사용된 것을 겨냥하고 있을 뿐이며, 칸토어의 초한수 이론에 대해서는 전혀 거론하고 있지 않다.[24]

다음으로 위의 두 번째 문장도 우리에게는 대단히 당혹스럽게 다가온다. 문제는 이러하다. 이 언급에서 비트겐슈타인은 두 가지 일반성을 대조하고 있다. 하나는 우리가 수학에서 필요로 하는 일반성이고 다른 하나는 **우연적** 일반성이다. 그러나 도대체 "**우연적** 일반성"이란 무엇인가? 그러니까 일반성에는 우연적인 일반성이 있고 또 필연적인 일반성이 있는가? 우리는 보편 명제(전칭 명제)와 존재 명제(특칭 명제)를 일반 명제라고 부르며, 그러한 일반 명제의 특성을 일반성이라고 부른다. 그러나 그러한 일반성 자체가 우연적이라거나 필연적이라고 하는 것은 이해 가능한가? 무엇이 우연적으

23) 비트겐슈타인 (2006), p. 19.

24) 그리하여, 나는 이렇게 생각하는데, "집합론은 수학에서 전혀 쓸데없는 것이다."는 문자 그대로 파악하면 정확한 표현이 아니다. 비트겐슈타인이 이 맥락에서 의도하고 있는 내용은 다음과 같다: "수를 정의하고자 할 때 집합의 개념은 전혀 불필요하다(쓸데없다)."

로 일반적이고, 무엇이 필연적으로 일반적인가?

이제 『논고』의 다음 언급을 살펴보자.

> 논리적인 일반적 타당성은 가령 "모든 사람은 죽는다"라는 명제의 우연적인 일반적 타당성과는 대조적으로, 본질적이라고 불릴 수 있을 것이다. (…) (6.1232)

이 언급에서 비트겐슈타인은 "모든 사람은 죽는다"라는 명제가 "우연적인 일반적 타당성"을 지니는 것으로 간주하고 있다. 즉 그러한 명제는 일반 명제이면서 경험적으로 참이다. 그렇다면 이제 그가 논리적인 일반적 타당성을 지니는 명제로 간주하는 것은 가령 다음과 같은 것이 될 것이다: "임의의 x에 대해서 x는 죽거나 x는 죽지 않는다"($(x)(Mx \vee \sim Mx)$, 즉 "모든 것은 죽거나 죽지 않는다"). 이 명제는 『논고』에 따르면 동어반복이고, 따라서 논리학의 명제이며, 일반 명제이다. 그렇기 때문에 그것은 논리적인 일반적 타당성을 지닌다.

그러나 혹자는 여전히 "우리가 수학에서 필요로 하는 일반성"은 해명되지 않았다고 간주할 수 있다. 이제 가령 $(x)((x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1)$에 대해 생각해 보자. 임의의 수 x에 대해서 $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$은 성립하므로, $(x)((x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1)$는 참이다. 이 일반 명제에 대해서 우리는 반례를 상상할 수 없다. 반면에 "모든 사람은 눈이 둘이다"와 같은 명제에 대해서는 반례를 상상할 수 있다. 이제 전자는 "우리가 수학에서 필요로 하는 일반성"이고 후자는 "우연적인 일반성"이다.[25]

그렇다면 왜 비트겐슈타인은 6.031에서 "집합론은 수학에서 전혀 쓸데없는 것이다."라는 언급 다음에 "이는 우리가 수학에서 필요로 하는 일반성이 **우연적** 일반성이 아니라는 것과 연관되어 있다."라

---

25) 참고: Wittgenstein (1975), p. 214. Ambrose (1972), p. 316.

고 말하고 있는가? 그 이유는 수에 대한 프레게와 러셀의 정의에서는 집합과 함수의 개념이 원용되고 있는데, 그것들이 우연적인 일반성과 연결되기 때문이다. 반면에 형식적 개념으로서 비트겐슈타인이 제시한 수의 정의는 그러한 우연적인 일반성과는 아무런 관련이 없다.[26)]

4. 동어반복과 등식 (1)

『논고』에 따르면, "논리학의 명제들은 동어반복들이다."(6.1) 동어반복은 요소 명제들의 진리 함수이지만 뜻 있는 명제와는 달리, "요소 명제들의 모든 진리 가능성들에 대해서 참이다."(4.46) 동어반복과 모순은 명제의 일반 형식에서 등장하지만, 논리적 공간에는 속하지 않는다. 또한 동어반복과 모순은『논고』에 따르면, 뜻이 없다(4.461). 논리학의 명제들은 아무것도 말하지 않으며, 분석적 명제들이다(6.11).

다음으로『논고』에 따르면, 등식은 "a = b"의 형식의 표현이며 (여기에서 '='는 동일성 기호이다), 기호 규칙(4.241)으로서, 'a'가 나오는 표현에 'b'를 대입할 수 있고, 역으로도 그럴 수 있다는 대입 규칙이다. 등식은 사물의 속성이나 사물(들) 간의 관계를 다루는 것이 아니라 상징을 다루는 기호 규칙이다. 등식들은 "사이비 명제들"(6.2)로서 "아무런 사고도 표현하지 않는다."(6.21)

그렇다면『논고』에서 동어반복과 등식은 어떤 관련을 맺고 있는가? 이 물음은 결정적으로 중요한데, 왜냐하면 이 물음에 대해 정

26) 그러나 여전히『논고』에는 "일반성"과 관련하여 부정확한 표현이 등장하고 있다. "일반적이라는 것은 실은 단지 모든 사물들에 대해 우연히 적용된다는 것을 뜻할 뿐이다."(6.1231)라는 언급에 대해 생각해 보자. 과연 이 언급은 6.031과 6.1232와 일관적인가? 나는 그렇지 않다고 생각한다.

확하게 대답을 하면 우리는 이를 토대로 다음의 물음들에 대답할 수 있을 것이기 때문이다. 첫째, 우리는 “수학은 논리학의 한 방법이다.”(6.234)라는 언급을 어떻게 이해해야 하는가? 둘째, 『논고』에 따르면, 동어반복은 분석적 명제이다. 그렇다면 등식은 분석적 명제인가 아닌가? 셋째, 비트겐슈타인은 『논고』에서 프레게와 러셀의 논리주의를 받아들였는가 아니면 거부했는가? 또는 『논고』에서 논리학과 수학은 어떤 관련을 맺고 있는가?

동어반복과 등식의 연관성을 파악하는 것은, 나는 이렇게 생각하는데, 『논고』만으로는 거의 불가능하다. 반면에 비트겐슈타인이 1935년에 행한 강의를 살펴보면 우리는 중요한 실마리를 찾을 수 있다. 그는 다음과 같이 말한다.

> 이제 수학적 등식들과 동어반복들 간의 관계에 대해 논의하기로 하자. 만일 수학적 등식들이 동어반복들이 아니라면, 그 둘 간의 관계는 무엇인가? 2 + 2 = 4가 동어반복이라고 말하는 데에는 두 가지 근거가 있다. (1) 그것은 경험적 명제가 아니다. (2) 이 등식과 종종 오인되는 동어반복이 존재한다: [예컨대] “만일 여기에 2개의 사물이 있고 저기에 2개의 사물이 있다면, 모두 합쳐 4개의 사물이 있다.” 러셀의 표기법에서 이것은 동일성(identity) 기호를 사용함으로써 표현되었다.[27]

여기에서 비트겐슈타인은 등식과 동어반복 간의 관계에 대해서, 등식이 동어반복이라고 간주하는 견해에 대해 논의하고 있다. 등식과 동어반복이 같다고 말하는 근거는 첫째, 그것들이 둘 다 경험적 명제가 아니라는 점에서 성격이 유사하다는 것, 둘째, 어떤 동어반복은 등식인 것처럼 보인다는 것이다. 가령 “만일 여기에 2개의 사물이 있고 저기에 2개의 사물이 있다면, 모두 합쳐 4개의 사물이 있다.”라는 명제(또는 논리식)는 “2 + 2 = 4”라는 등식과 동일하거나,

---

[27] Wittgenstein (1979b), p. 146.

후자가 전자의 축약인 것처럼 보인다. 이 점에 대해 비트겐슈타인은 그 강의에서 다음과 같이 말하고 있다.

> 나는 이제 “1 + 1 = 2”가 “만일 내가 한 손에 사과 한 개를 갖고 있고, 다른 손에 다른 한 개를 갖고 있다면 나는 양손에 사과 2개를 갖고 있다”와 같은 진술들의 한 축약이라는 생각에 대해 논의하고자 한다. 나의 표기법에서는 이것은 다음과 같다: (E1x)fx . (E1x)gx . ~(∃x)fx.gx . ⊃ .(E2x)fx ∨ gx. (여기에서 (E2x)fx는 (∃x, y)fx . fy: ~(∃x, y, z)fx.fy.fz의 축약이라는 것을 상기하라.) 이제 “1 + 1 = 2”가 그 밑줄을 그은 것의 축약이라는 것은 참인가? 주목할 한 가지는 만일 그것이 축약이라면, 그 축약은 러셀의 표기법에서 대응하는 표현보다 훨씬 더 짧다는 점이다. (…) 단순한 예를 사용해 보자.
>
> $$(E^{||}x)fx.(E^{|||}x)gx.\sim(\exists x)fx.gx.\supset.(E^{|||||}x)fx \ \vee \ gx.$$
>
> 이것이 동어반복인지 아닌지를 나는 더하기(adding)에 의해서 결정한다. 이제 그것은 2 + 3 = 5에 대응하는가? 이 함축은 아무것도 말하지 않는다(그것은 동어반복이나 모순이므로). 그러나 그 축약되지 않은 표기법에 “= 동어반복”(“= Taut”)이 첨가되면 그것은 2 + 3 = 5에 대응하게 될 것이다.[28]

이 언급에서 우리는 『논고』의 생각과 일치하는 것과 또 불일치하는 것을 둘 다 확인할 수 있다. 비트겐슈타인은 위의 인용문에서 다음의 명제(논리식)(이것을 “A”라고 부르자)가

$$(E2x)fx\ .\ (E3x)gx\ .\ \sim(\exists x)fx.gx\ .\ \supset\ .(E5x)fx\ \vee\ gx.$$

동어반복인지 여부는 더하기(또는 덧셈)에 의해서 결정된다고 보고

---

[28] Wittgenstein (1979b), pp. 147-148.

있다. 그러나 이는『논고』의 생각이 아니다.

> 어떤 한 명제가 논리학에 속하는지 여부는 그 **상징**의 논리적 속성들을 계산함으로써 계산될 수 있다.
> 그리고 이런 계산을 우리는 논리적 명제를 "증명"할 때 한다. 왜냐하면 우리는 뜻과 의미에 신경을 쓰지 않고 **단지 기호 규칙들**에 따라서 논리적 명제들을 다른 명제들로부터 형성하기 때문이다.
> 논리적 명제들의 증명은, 처음의 명제들로부터 반복해서 동어반복들을 낳는 어떤 연산들의 계속적 적용에 의해 우리가 논리적 명제들을 다른 논리적 명제들로부터 생겨나게 하는 데 있다. (그리고 사실 동어반복으로부터는 오직 동어반복들만이 **따라 나온다**.) (6.126)

어떤 한 명제가 논리학에 속하는지 여부는, 다시 말해 그것이 동어반복인지 여부는 그것의 (즉 그 상징의) "논리적 속성들을 계산함으로써 계산될 수 있다." 그리하여 논리적 명제들의 증명은 어떤 논리적 명제들로부터 다른 논리적 명제들을 생겨나게 함으로써 이루어진다.『논고』에 따르면, "논리학에서의 증명은 동어반복이 복잡할 경우 그 동어반복을 보다 쉽게 인식하기 위한 기계적 보조 수단일 뿐이다."(6.1262) 그렇기 때문에 A가 동어반복이라는 것은 "논리학에서의 증명"을 통해 결정될 것이다.

다음으로 비트겐슈타인은 논리식 A가 2 + 3 = 5에 대응하는지를 묻고 있다. 위의 조건문("이 함축"), 즉 A는 동어반복이다. 그런데 동어반복은 아무것도 말하지 않는다. 따라서 A는 아무것도 말하지 않는다. 그런데 1935년 강의에서 비트겐슈타인에 따르면, A가 동어반복인지 여부는 더하기, 즉 "2 + 3 = 5"에 의해서 결정된다. 따라서 비트겐슈타인에 따르면, 2 + 3 = 5에 대응하는 것은 A가 아니라 "A = 동어반복"("A = Taut")이다. 그러나 이 짧고 명쾌한 논증은『논고』에서는 명시적으로 제시되지 않는다.

그렇다면 2 + 3 = 5에 대응하는 것이 “A = 동어반복”(“A = Taut”)이라는 생각은『논고』에 있는가? 사실상 명시적으로는『논고』에는 그러한 생각이 보이지 않는다. 반면에 나는 이렇게 생각하는데, “수학은 하나의 논리적 방법이다.”(6.2)와 “수학은 논리학의 한 방법이다.”(6.234)가 의도하는 것이 바로 그 생각이다. 그 언급들이 뜻하는 것은 우리는 수학을 함으로써 논리학을 할 수 있다는 것이다.[29] 우리는 2 + 3 = 5라는 등식으로부터 그것에 대응하는 “A는 동어반복이다”를 얻을 수 있고, 이로부터 A라는 동어반복을 구성할 수 있다. 그리하여 우리는 수학을 함으로써(즉 2 + 3 = 5라는 등식으로부터) 논리학을 할 수 있다(A라는 동어반복을 구성할 수 있다).[30] 비트겐슈타인은 1930년 슐리크와 바이스만과의 대화에서 이 점에 대해서 다음과 같이 말하고 있다.

> 당신은 등식의 표현이 동어반복이라고 쉽게 믿게 될 수 있다. 예컨대 28 + 16 = 44라는 것은 다음의 방식으로 표현될지도 모른다.
>
> $$(E28x)\phi x\ .\ (E16x)\psi x\ .\ \mathrm{Ind.}\ :\ \supset\ :(E44x)\phi x\ \vee\ \psi x.$$
>
> 이 표현은 동어반복이다. 그러나 이 표현을 동어반복이 되게 하는

29) 가령 “꾸준한 운동은 건강 유지의 한 방법이다”라는 문장에 대해 생각해 보자. 그 말이 뜻하는 것은 꾸준한 운동을 함으로써 건강 유지를 할 수 있다는 것이다.

30) 엥겔만(M. L. Engelmann)은 6.2와 6.234가 마치 상이한 내용을 다루는 것처럼 논의하고 있다. 그에 따르면, “수학은 하나의 논리적 방법이다.”(6.2)가 뜻하는 것은 6.211, 즉 “우리는 일상생활에서 추론을 하기 위해 수학적 등식들을 적용할 수 있다”(Engelmann (2013), p. 56)는 것이고, “수학은 논리학의 한 방법이다.”(6.234)를 통해 “비트겐슈타인은 수학과 논리학 간의 본질적인 유사성을 받아들이고 있다”(Engelmann (2013), p. 58)고 주장한다. 그러나 나는 6.2에 대한 엥겔만의 파악은 옳지 않다고 생각한다. 왜냐하면 물리학이나 화학의 공식들도 일상생활에서 그런 방식으로 적용될 수 있을 것이고, 그렇게 되면 가령 “화학은 논리적 방법이다”라고 말해야 할 텐데, 결코 이는 비트겐슈타인의 의도일 수 없기 때문이다.

> 우변에 있는 수를 찾기 위해서는, 당신은 계산체계(calculus)를 사용해야만 하며, 이 계산체계는 동어반복과는 전적으로 독립적이다. 동어반복은 그 계산체계의 한 적용이며, 그것의 표현이 아니다. 한 계산체계는 주판, 계산하는 것(calculator), 계산하는 기계이며, 그것은 선들, 숫자들 등에 의해 작동한다. 결과적으로 계산체계는 동어반복을 구성하기 위해 사용될 수도 있다. 그러나 이것은 한 계산체계를 전혀 명제들이나 동어반복과 연결시키지 않는다.[31]

이 인용문에서 비트겐슈타인은 “결과적으로 계산체계는 동어반복을 구성하기 위해 사용될 수도 있다”고 말하고 있다. 즉 이 인용문에서와 같이, “28 + 16 = 44”는 (E28x)ϕx . (E16x)ψx . Ind. : ⊃ :(E44x)ϕx ∨ ψx(이 논리식을 “B”라고 부르자)라는 동어반복을 구성하기 위해 사용될 수 있다.

5. 동어반복과 등식 (2)

그런데 이 지점에서 떠오르는 의문은 다음과 같다. 비트겐슈타인은 등식들과 동어반복들 간의 관계를 문제 삼으면서 왜 A, B와 같은 동어반복들만을 다루고 있는가? 그는 그러니까 p ∨ ~p나 {(p ⊃ q) & p} ⊃ q와 같은 동어반복들도 문제 삼아야 하는 것 아닌가? 이 물음은 매우 중요하다고 나는 생각한다.

먼저 유념해야 하는 것은 **모든** 등식들로부터 논리학의 **모든** 동어반복들이 구성될 수 있는 것은 아니라는 점이다. 우리는 2 + 3 = 5와 28 + 16 = 44와 같은 등식으로부터 각각 A와 B라는 동어반복을 구성해낼 수 있다. 반면에 p ∨ ~p와 같은 동어반복이나 {p & (p ⊃ q)} ⊃ q와 같은 동어반복을 구성할 수 있도록 하는

---

31) Wittgenstein (1979a), p. 106. 여기에서 “Ind.”는 “~(∃x)ϕx.ψx”의 축약 표현이다.

등식은 (『논고』의 체계에서는) 없다. 물론 동어반복 A와 동어반복 p ∨ ~p는 논리적 동치이다. 그러나 그것들이 논리적 동치라는 것, 즉 A ≡ (p ∨ ~p)가 동어반복이라는 것은 산수에서 등식에 의해 증명되지 않으며, 오히려 『논고』에 따르면 논리학에서 증명된다.

다음으로 등식과 동어반복 간의 관계를 문제 삼는다면, 결국에는 가령 2 + 3 = 5와 A의 관계를 문제 삼을 수밖에 없다는 점을 유념하자. 가령 누군가가 2 + 3 = 5와 p ∨ ~p의 관계란 무엇인가 하고 묻는다면 어떻게 되는가? 우리는 한 가지를 제외하면 어떤 대답도 할 수 없을 것이다. 그것은 다름 아니라 2, 3과 같은 수는 연산 ∨, ~ 등과 관련이 있다는 것이다. 즉 수는 연산의 지수라는 것이다. 그러나 이것이 2 + 3 = 5와 p ∨ ~p의 관계인가?

앞에서 나는 "수학은 논리학의 한 방법이다"(6.234)라는 『논고』의 언급이 2 + 3 = 5와 "A는 동어반복이다"가 대응한다는 생각을 암시하고 있다는 것을 보이고자 했다. 이제 그 생각이 『논고』에서 실제로 암시되어 있다는 것은 "보여주기"(showing)와 관련된 『논고』의 언급들을 주의 깊게 살펴보면 확인된다. 문제는 이렇다. 『논고』에 따르면, 가령 A는 무엇을 보여 주는가? 또 "A는 동어반복이다"는 무엇을 보여주는가? 마지막으로 2 + 3 = 5는 무엇을 보여 주는가?

『논고』에 따르면, 동어반복과 모순은 아무것도 말하지 않는다(6.11). 또한 동어반복과 모순은 뜻이 없지만(4.461), 무의미하지는 않다(4.4611). 그런데 동어반복은 자기가 아무것도 말하지 않음을 보여주며("명제는 자기가 무엇을 말하는지를 보여 주는데, 동어반복과 모순은 자기들이 아무것도 말하지 않음을 보여 준다."(4.461)), "모든 동어반복은 그것이 동어반복임을 스스로 보여 준다"(6.127). 따라서 『논고』에 따르면, A는 (또는 A라는 동어반복은) 자기가 아

무것도 말하지 않음을 보여 주며, 자기가 동어반복임을 보여 준다.

자, 그렇다면 “A는 동어반복이다”는 무엇을 보여 주는가? 이 물음에 대한 『논고』의 대답은 다음과 같다.

> 논리학의 명제들이 동어 반복들이라는 것은 언어의, 그리고 세계의, 형식적—논리적—속성들을 **보여 준다**.
>
> 동어 반복의 구성 요소들이 **이렇게** 연결되면 동어 반복을 낳는다는 것은 그 구성 요소들의 논리를 특징짓는다.
>
> 명제들이 특정한 방식으로 연결되어 동어 반복을 낳으려면, 명제들은 특정한 구조적 속성들을 가져야 한다. 그러므로 명제들이 **이렇게** 연결되면 동어 반복을 낳는다는 것은 그것들이 이러한 구조적 속성들을 소유하고 있음을 보여 준다. (6.12)

> 예컨대 “p”와 “∼p”라는 명제들이 “∼(p • ∼p)”라는 결합 속에서 동어 반복을 낳는다는 것은 그것들이 서로 모순됨을 보여 준다. “p⊃q”, “p”, 그리고 “q”라는 명제들이 “(p⊃q) • (p) : ⊃ : (q)”라는 형식 속에서 서로 결합되어 동어 반복을 낳는다는 것은 q가 p와 p⊃q로부터 따라 나옴을 보여 준다. “(x).fx : ⊃ : fa”가 동어 반복이라는 것은 fa가 (x).fx로부터 따라 나옴을 보여 준다. 등등. (6.1201)

먼저 “논리학의 명제들이 동어반복들이라는 것”이라는 표현에 주목하자. 『논고』에 따르면, 논리학의 명제들은 동어반복들이다. 그렇다면 이 표현이 뜻하는 것은 “동어반복들이 동어반복들이라는 것”인가? 아니다. 왜냐하면 이는 하나마나한 말이기 때문이다. 그 표현이 뜻하는 것은 위의 예에서 잘 나와 있듯이, “∼(p • ∼p)”, “(p⊃q) • (p) : ⊃ : (q)”, “(x).fx : ⊃ : fa”와 같은 논리학의 명제들이 동어반복들이라는 것이다. 이제 각각의 **동어반복**은 『논고』에 따르면 아무것도 말하지 않고, 자기가 아무것도 말하지 않음을 보여 주며(4.461), 자기가 동어반복임을 스스로 보여 준다(6.127). 반면에 각

각이 **동어반복이라는 것**은 어떤 것을 보여준다. "～(p • ～p)"가 동어반복이라는 것은 "p"와 "～p"가 모순됨을 보여 주고, "(p⊃q) • (p) : ⊃ : (q)"가 동어반복이라는 것은 q가 p와 p⊃q로부터 따라 나옴을 보여 주며, "(x).fx : ⊃ : fa"가 동어 반복이라는 것은 fa가 (x).fx로부터 따라 나옴을 보여 준다.[32] 그리고 그것들이 각각 동어 반복이라는 것은 "언어의, 그리고 세계의, 형식적—논리적—속성들을 **보여 준다**." 즉 그것들 각각을 구성하는 명제들이 "이러한 구조적 속성들을 소유하고 있음을 보여 준다."

이제 남은 것은 2 + 3 = 5와 같은 등식은 무엇을 보여 주는가 하는 것이다. 이를 위해서는 먼저 비트겐슈타인이 1935년 강의에서 언급한 것을 살펴보는 것이 필요하다.

> (…) 논리학에서 어떤 한 역할을 하는 명제, p ⊃ q. p. ⊃ .q를 검토해 보자. 여기에서 우리는 그것의 진리표에서 보이는 바와 같이, 동어반복을 지닌다. 비록 그것은 우리가 그것에 따라 추론을 하는 한에서 어떤 것을 말하는 것으로 보이지만 말이다. 그것은 그것 단독으로는 추론의 규칙이 아니다. 왜냐하면 하나의 규칙은 어떤 것을 말해야 하는데, p ⊃ q. p. ⊃ .q는 아무것도 말하지 않기 때문이다. (…) 명제 p ⊃ q. p. ⊃ .q는 결론 q가 추론되게끔 하는 하나의 견본(pattern)이지만, q는 추론되지 않는다. q의 추론을 허용하는 것은 그 명제가 **말하는** 것이 아니라 그것이 동어반복이라는 사실이다. 추론의 규칙은 p ⊃ q. p. ⊃ .q가 아니라 "p ⊃ q. p. ⊃ .q는 동어반복이다"이다. 이 규칙의 사용은 한 **일상적인** 명제로부터 다른 일상적인 명제로의 추론을 하는 것이다.[33]

---

[32] ""p"와 "～p"라는 명제들이 "～(p • ～p)"라는 결합 속에서 동어 반복을 낳는다는 것"은 어떤 구성의 과정을 거론하고 있지만, 결국 이는 ""～(p • ～p)"가 동어반복이라는 것"을 뜻하게 될 것이다. 이 점은 ""(x).fx : ⊃ : fa"가 동어 반복이라는 것"이라는 표현에서 알 수 있다.

[33] Wittgenstein (1979b), pp. 137-138.

이 인용문에서 주목해야 하는 것은 "하나의 규칙은 어떤 것을 **말해야 한다**"라는 표현이다. 이러한 방식의 어법은 『논고』에는 없는 것이며, 1930년대에 새롭게 비트겐슈타인에 의해 추가된 것이다.[34] 『논고』에서는 어떤 것을 말할 수 있는 것은 오직 진정한 명제뿐이며, 그 밖의 것은 그럴 수 없다. 이제 비트겐슈타인은 동어반복 p ⊃ q. p. ⊃ .q가 아무것도 말하지 않는다는 『논고』의 견해를 제시하면서, 이와 동시에 "추론의 규칙"은 p ⊃ q. p. ⊃ .q가 아니라 "p ⊃ q. p. ⊃ .q는 동어반복이다"라는 점을 지적하고 있다. 그리고 이 규칙은, 즉 p ⊃ q. p. ⊃ .q가 동어반복이라는 사실은 p ⊃ q와 p로부터 q의 추론을 허용한다.

추론의 규칙이 p ⊃ q. p. ⊃ .q가 아니라 "p ⊃ q. p. ⊃ .q는 동어반복이다"이라는 것은 매우 중요하다. 그리고 이 지점에서 우리는 두 가지를 지적할 수 있다. 첫째, 『논고』에서 지적된바 "p ⊃ q. p. ⊃ .q는 동어반복이다"가 **보여 주는** 것과 1935년 강의에서 지적된바 그 추론의 규칙이 **말하는** 것이 동일하다는 점이다. 둘째, 등식은 기호 사용에 관한 **규칙**이므로, 등식은 1935년 강의에 따르면 어떤 것을 말할 수 있고, 어떤 것을 보여 줄 수 있다. 즉 가령 "2 + 3 = 5"에 대응하는 것은 "A는 동어반복이다"이고, 후자가 어떤 것을 보여 주듯이(또는 규칙으로서 어떤 것을 말하듯이) 전자도 어떤 것을 보여 줄 수 있다(또는 규칙으로서 어떤 것을 말할 수 있

---

[34] "규칙이 말한다"와 마찬가지로 "문법이 말한다"도 『논고』에 없는 새로운 어법이다. 이 점에 관해서 비트겐슈타인은 1930년대 초에 슐리크와 바이스만과의 대화에서 다음과 같이 말한다. "말하기(saying)와 보여주기(showing) 간의 차이는 언어가 표현하는 것과 문법이 말하는 것 간의 차이이다. "보여진다"(it is shown)라는 표현을 선택한 이유는 기호법에서 한 연관을 우리가 본다는 것이었다. 우리가 기호법으로부터 배우는 것은 언어가 표현하는 것과는 사실상 다른 것이며, 이는 결국 우리는 **사실들**로부터 문법을 도출할 수 없다는 것을 의미할 뿐이다."(Wittgenstein (2003), p. 131)

다). 바로 이러한 생각은『논고』에서는 다음의 언급에서 등장한다.

> 논리학의 명제들이 동어반복들 속에서 보여 주는 세계의 논리를 수학은 등식들 속에서 보여 준다. (6.22)

이 언급에서 특히 다음의 세 가지를 주의해야 한다. 첫째, “**논리학의 명제들**이 동어반복들 속에서”와 “**수학**은 등식들 속에서”의 차이를 분명하게 인식해야 한다. 요컨대 후자와 유사하게 비트겐슈타인은 “**논리학**이 동어반복들 속에서”라고 말하지 않았으며, 오히려 “**논리학의 명제들**이 동어반복들 속에서”라고 말했다. 그리고 이 표현이 의도하는 것은 가령 “논리학의 명제 A가 동어반복이라는 것”이다. 둘째, 위의 언급(6.22)을 다음과 같이 해석하면 안 된다. “논리학의 명제들이 동어반복들 속에서 보여 주는 **모든** 세계의 논리를 수학은 등식들 속에서 보여 준다.” 일견 이러한 해석은 매우 자연스러워 보인다. 가령 “그가 여행한 국가를 나는 여행했다”라는 문장에 대한 자연스러운 해석은 “그가 여행한 **모든** 국가를 나는 여행했다”가 될 것처럼 말이다. 그러나 이렇게 해석하면 등식들은 논리적 명제들이 동어반복들 속에서(논리적 명제들이 동어반복들이라는 것이) 보여 주는 모든 것을 보여 주게 될 것이다. 그러나 그렇게 되면 수학은 논리학보다 외연이 더 넓게 될 것이며, 이는 “수학은 논리학의 한 방법이다”와 상충하게 될 것이다(오히려 “논리학은 수학의 한 방법이다”가 옳게 될 것이다.) 셋째, 위의 언급은 임의의 논리적 명제들과 임의의 등식들에 대해 문제 삼고 있지 않다. 이미 지적했듯이 “A는 동어반복이다”와 “2 + 3 = 5”는 대응되지만, “$\sim$(p • $\sim$p)”, “(p⊃q) • (p) : ⊃ : (q)”, “(x).fx : ⊃ : fa”와 같은 동어반복에 대응하는 등식은 없기 때문이다.

따라서 6.22는 “A는 동어반복이다”와 “2 + 3 = 5”와 같이 대응되는 경우에 한정해서만 그 의의가 있다. 그런데 이 지점에서 매우

미묘한 문제가 발생한다. 1935년 강의에서는 "A는 동어반복이다"는 "2 + 3 = 5"에 대응된다. 따라서 전자가 어떤 것을 보여준다면, 후자도 어떤 것을 보여줄 수 있다. 반면에 『논고』에서는 가령 2 + 3 = 5라는 등식은 "2 + 3"과 "5"가 서로 대체될 수 있다거나 동일한 의미를 지닌다는 것을 보여 주는 데 필수적이지 않다.

> 두 표현이 동일성 기호에 의해 결합된다면, 이는 그 둘이 서로 대체될 수 있다는 뜻이다. 그러나 이것이 사실인지 여부는 그 두 표현 자체에서 보여져야 한다. (6.23)

> 프레게는 그 두 표현이 동일한 의미를 가지지만 상이한 뜻을 가진다고 말한다.
> 그러나 등식에서 본질적인 것은, 동일성 기호가 결합시키는 두 표현이 동일한 의미를 가진다는 점을 보여 주기 위해 등식이 필수적이지는 않다는 것이다. 왜냐하면 그 점은 그 두 표현 자체에서 알아볼 수 있기 때문이다. (6.232)

6.23과 6.232에서 알 수 있듯이, 동일성 기호가 결합시키는 양변의 두 표현이 서로 대체될 수 있다는 점과 동일한 의미를 가진다는 점은 그 두 표현 자체에서 보여져야 한다. 또한 그 점을 보여 주기 위해 등식은 필수적이지 않다. 왜냐하면 "그 점은 그 두 표현 자체에서 알아볼 수 있기 때문이다." 나는 바로 이것이 6.22에서 "등식들 속에서"라는 표현이 등장하게 된 이유라고 생각한다.

이제 6.22를 다시 살펴보기로 하자. "논리학의 명제들이 동어반복들 속에서 보여 주는 세계의 논리를 수학은 등식들 속에서 보여 준다."(6.22) 가령 A가 동어반복이라는 것은 (E2x)fx . (E3x)gx . ～(∃x)fx.gx로부터 .(E5x)fx ∨ gx가 따라 나온다는 것을 보여 준다. 그런데 이에 대응하는 것은 "2 + 3"은 "5"와 의미가 동일하다는 것이다. 그리하여 『논고』에 따르면, 2 + 3 = 5라는 등식 속에

서 수학은 “2 + 3”과 “5”가 의미가 동일하다는 것을 보여준다.[35] 하지만 여기에서 그 등식은 필수적이지 않다. 왜냐하면 우리는 “2 + 3”과 “5”라는 두 표현 자체에서 알아볼 수 있기 때문이다.[36] 반면에 1935년 강의에서의 새로운 어법에 따르면, “A는 동어반복이다”가 어떤 것을 보여주는 것과 마찬가지로 2 + 3 = 5도 어떤 것을 보여주게 될 것이다.[37]

6. 논리주의와 연산 이론

앞에서 우리는 “등식들과 동어반복들 간의 관계란 무엇인가?”라

---

35) 물론 『논고』에 따르면, 등식들은 “사이비 명제들”(6.2)이므로 아무것도 보여주지 않는다. 이 점을 명확하게 지적해 준 심사위원께 이 자리를 빌려 깊이 감사드린다.

36) 이러한 『논고』의 어법은 『철학적 고찰(소견들)』(1930)에서도 확인된다. 비트겐슈타인은 다음과 같이 말한다. “동어반복은 어떤 것을 보여준다. 등식은 아무것도 보여주지 않는다. 오히려 그것은 그것의 양변이 어떤 것을 보여준다는 것을 시사한다(indicates).”

37) 프래스콜라는 매우 진지하게 6.22에 대해 논의한다. 그에 따르면 “(～’～’)’(～’～’)’비가 온다”와 “～’～’～’～’비가 온다”의 형식은 각각 형식 $\Omega^{2\times2}{}'x$와 $\Omega^{4}{}'x$이며, $\Omega^{2\times2}{}'x = \Omega^{4}{}'x$가 성립하는 것(6.241)과 마찬가지로 “(～’～’)’(～’～’)’비가 온다” ≡ “～’～’～’～’비가 온다”가 성립하며, 그리하여 그는 “만일 세계의 논리의 한 측면을 보여주는 것이 그것의 형식적 특성을 보여주는 것에 상당한다면, 논리적인 논리식들이 동어반복이라는 것과 산수의 등식에 대응하는 등식이 올바르다는 것은 완벽하게 동등하다”라고 말한다. 그에 따르면, 예컨대 p ≡ ～’～’p가 동어반복이라는 것은 하나의 뜻 있는 명제가 그림 그리는 사태와 그 명제의 이중부정이 그림 그리는 사태가 동일하다는 “세계의 형식적 속성”을 보여준다. 그러나 나는 이러한 프래스콜라의 해명은 부분적으로만 옳다고 생각한다. 연산 이론의 어떤 등식으로부터 우리가 동어반복을 구성할 수 있다는 점은 옳다. 반면에 그가 제시하는 “p ≡ ～’～’p”는 연산 이론에서의 등식과 대응하지 않는다. 참고: Frascolla (1994), pp. 21-22.

는 물음을 다루었다. 이 물음은 "**모든** 등식들과 **모든** 동어반복들 간의 관계란 무엇인가?"라는 물음으로 오해되어서는 안 된다. 왜냐하면 그 물음에 대해서는 수가 연산의 지수라는 것을 제외하면 우리는 어떤 대답도 할 수 없기 때문이다. 오히려 그 물음은 상호 관련이 있는 **어떤** 등식들과 **어떤** 동어반복들 간의 관계를 문제 삼고 있을 뿐이다. 우리는 그러한 등식과 동어반복으로서 등식 "2 + 3 = 5"와 동어반복 A, 등식 "28 + 16 = 44"와 동어반복 B의 예를 제시하였다.[38] 이제 이 지점에서 동어반복 A와 B는 아무것도 말하지 않지만, 등식 "2 + 3 = 5"와 "28 + 16 = 44"는 "A는 동어반복이다"와 "B는 동어반복이다"와 같이, 1935년 강의의 어법에 따르면, 어떤 것을 보여주며 또 규칙으로서(또는 문법으로서) 어떤 것을 말한다는 점을 주목할 필요가 있다. A와 B는 동어반복으로서 아무것도 말하지 않으며 분석 명제이지만, "2 + 3 = 5"와 "28 + 16 = 44"는 규칙으로서 어떤 것을 말한다. 요컨대 동어반복과 등식은 근본적으로 상이하다. 이 점에 대해서 비트겐슈타인은 다음과 같이 말한다.

> 내가 이전에 산수의 등식들의 본성에 관하여, 그리고 등식은 동어반복에 의해서 대치될 수 없다는 것에 관하여 말한 것은—나는 [이렇게] 믿는데—칸트가 7 + 5 = 12는 분석적 명제가 아니고 선험적 종합적 명제라고 주장했을 때 의미하는 것이다.[39]

이 인용문에서 비트겐슈타인은 칸트의 "분석적 명제"와 "선험적 종합적 명제"의 개념의 무엇인지를 규명하지 않는다. 다만 그에게는 등식과 동어반복이 완전히 상이한 성격을 지니는 것으로 충분하

---

38) 물론 우리는 프래스콜라와 같이, "$\Omega^{2 \times 2\prime}x = \Omega^{4\prime}x$"(또는 "2 × 2 = 4")와 "(~'~')'(~'~')'p ≡ ~'~'~'~'p는 동어반복이다"를 제시할 수도 있다.
39) Wittgenstein (1975), p. 129.

다. 특히 등식은 동어반복과 달리 문법(규칙)으로서 어떤 것을 말할 수 있다. 그렇기 때문에 등식은 분석적 명제가 아니다.[40)]

이 지점에서 우리는 비트겐슈타인이 프레게와 러셀의 논리주의를 거부하고 있다는 것을 알 수 있다. 논리주의에 따르면 수학적 명제들은 논리학의 명제들로부터 도출되며, 수학적 개념들은 논리학의 개념들로부터 도출된다. 그러나 비트겐슈타인에 따르면, 수학을 이루는 등식은 논리학을 이루는 동어반복으로부터 도출되지 않는다. 왜냐하면 전자는 기호 규칙이지만 후자는 기호 규칙이 아니기 때문이다.

그럼에도 불구하고 우리는 “28 + 16 = 44”가 “B는 동어반복이다”와 대응한다는 사실로부터, 전자를 통하여 B라는 동어반복을 구성해낼 수 있다. 그리하여 “수학은 논리학의 한 방법이다.”(6.234) 다시 말해 비트겐슈타인은 프레게와 러셀의 논리주의는 옳지 않지만, 수학과 논리학은 근원적인 관련이 있다고 보았다. 우리는 그 연관성이 첫째, 수가 연산(논리적 상항)의 지수라는 점, 둘째, 가령 등식 “28 + 16 = 44”는 “B는 동어반복이다”와 대응한다는 점에 있다는 것을 확인하였다. 반면에 비트겐슈타인은 프레게와 러셀의 영향 하에서 여전히 논리학이 수학보다 더 근원적인 지위를 차지한다고 보았다. 이 점에 대해서 비트겐슈타인은 1935년 강의에서 다음과 같이 말하고 있다.

---

40) 이 점에 대해서 비트겐슈타인은 슐리크와 바이스만과의 대화에서 다음과 같이 말한다: “수학적 등식은 어떤 뜻에서는 동어반복보다는 경험적 명제와 더 같다.”(Wittgenstein (1979a), pp. 106-107) 또한『철학적 고찰(소견들)』에서는 다음과 같이 말한다: “나에게는 이렇게 보이는데 당신은 수학적 등식을 뜻 있는 명제들과 비교할 수 있지만 동어반복과 비교해서는 안 된다. 왜냐하면 등식은 정확하게 단언적 요소—동일성 기호—를 포함하고 있는데, 이는 어떤 것을 보여주기 위해 의도된 것이 아니기 때문이다.”(Wittgenstein (1975), p. 142) 박정일(2012)은『논고』에서 등식이 분석적 명제라고 주장하는데(p. 262), 이는 명백하게 오류이며, 이영철(2016, p. 122, 각주)은 이를 정확하게 지적하고 있다.

> 나는 명제들이 단 하나의 계산 체계에 속한다는 잘못된 생각을 갖고 있었다. 다른 계산 체계가 기초할 수 있는 하나의 근본적인 계산 체계, 즉 논리학이 있는 것처럼 보였다. 이것은 러셀과 프레게가 지녔던, 논리학은 수학의 기초라는 생각이다. 그 임무는 논리학이 무엇인지를 보이기 위해 이 하나의 근본적인 계산 체계의 특성이 무엇인지를 제시하는 것이었다. 논리학은 명제들과 함수들을 다루며, 수학은 논리학 위에 기초를 둘 수 있다.[41]

요컨대 비트겐슈타인은 수학이 논리학으로 환원된다는, 프레게와 러셀의 논리주의를 거부했지만, "다른 계산 체계가 기초할 수 있는 **하나의** 근본적인 계산 체계"로서 논리학을 인정하였으며, "논리학은 수학의 기초"라는, 러셀과 프레게의 생각을 받아들였던 것이다.

그러나 이 지점에서 우리에게 떠오르는 의문은 "수는 연산의 지수이다"(6.021)라는 언급이 과연 이러한 비트겐슈타인의 생각과 일관성 있는가 하는 것이다. 수가 연산의 지수라면, 다시 말해 수가 연산의 형식들과 대응된다면, 이는 산수를 연산 이론이라는 보다 더 근원적인 이론으로 환원하는 것 아닌가?

물론 우리는 수가 연산의 지수이므로, 『논고』에서는 산수는 연산 이론으로 "환원"된다고 말할 수 있다. 그러나 이때의 환원은 논리주의에서의 (수학의 논리학으로의) 환원과 같은 것이 아니다. 왜냐하면 연산 이론은 등식들로 이루어지며(참고: 6.241), "수학의 명제들은 등식들"(6.2)이므로, 『논고』에서 연산 이론은 수학에 속하기 때문이다. 다시 말해 산수와 연산 이론은 둘 다 『논고』에 따르면 등식들로 이루어지고, 그리하여 둘 다 수학에 속한다. 그렇기 때문에 산수는 그저 수학에 속하는 연산 이론으로 번역될 뿐이다. 그러한 번역을 가능하게 하는 규칙은 『논고』에 따르면 정의이다.

---

41) Wittgenstein (1979b), p. 138.

> 정의들은 한 언어로부터 다른 한 언어로의 번역 규칙들이다. 모든 올바른 기호 언어는 그러한 규칙들에 따라서 다른 모든 올바른 기호 언어로 번역될 수 있어야 한다. 이것이 그것들 모두가 공통적으로 지니는 것이다. (3.43)

그렇기 때문에 6.02의 수의 정의들은 산수의 언어로부터 연산 이론의 언어로의 번역 규칙이다. 다만 여기에서 문제가 되는 연산은 진리 연산이라는 점에서, 비트겐슈타인은 여전히 수학의 기초가 논리학이라고 생각했던 것이다.

7. 맺는 말: 비판적 평가

지금까지 나는『논고』에서 수가 정의되는 과정과 방법, 수가 연산의 지수라는 언급의 함의, 등식들과 동어반복들 간의 관계를 해명하면서 전기 비트겐슈타인의 수학철학을 해명하고자 노력하였다. 비트겐슈타인은 프레게와 러셀의 논리주의를 거부했지만, 그럼에도 불구하고 그들의 영향 하에서 논리학이 수학의 기초라는 생각을 받아들였다. 그렇다면 과연『논고』의 수학철학은 설득력 있는가? 나는 이 물음에 대해 비판적으로 평가하면서 이 글을 마치고자 한다.

무엇보다도『논고』의 수학철학에서 수학의 외연은 매우 좁다.『논고』에 따르면 “수학의 명제들은 등식들”(6.2)이다. 이러한 수학에는 산수, 연산 이론 등이 속하게 될 것이다. 반면에 수학에는 등식이 아닌 수학적 명제들이 있다. 부등식도 있으며, 유클리드 기하학이나 페아노 산수의 공리도 있으며, 소수는 무한하게 많다는 유클리드의 증명도 있다. 등식이 아닌 수학적 명제의 예는 무궁무진하다. 더구나 비트겐슈타인은 정수의 정의와 일반적 형식을 제공하고 있을 뿐 유리수나 실수, 복소수 등에 대해서는 전혀 거론하는 바가 없다. 램지는 이러한『논고』에서 논의되는 수학에 대해서 “명백하

게도 수학에 대한 우스꽝스럽게 좁은 견해”[42]라고 평가한다. 이러한 램지의 평가가 정당하다는 점은 재론의 여지가 없다.

다음으로 『논고』에서는 무한의 개념이 어정쩡하게 다루어지고 있다. 비트겐슈타인은 정수의 일반적 형식과 같은 것을 제시할 때에는 무한에 관해 구성주의적 입장을 보이고 있다. 왜냐하면 그러한 일반적 형식은 귀납적 정의에 대응하며, “등등”은 연산의 계속적 적용이기 때문이다. 반면에 그가 일반성 개념을 정의할 때에는 외연주의적 입장을 보이고 있다. 즉 “ξ의 값들이 x의 모든 값들에 대한 함수 fx의 값 전체라면, $N(\bar{\xi}) = \sim(\exists x).fx$가 된다.”(5.52)에서 “x의 모든 값들”이 무한하게 많다면, 이 경우 $N(\bar{\xi})$는 무한 연언 명제가 되는데, 무한하게 많은 “x의 모든 값들”이 오직 구성주의적 방법으로(예컨대 귀납적 정의로) 주어져야 한다는 규정은 없다. 실제로 비트겐슈타인은 자신이 『논고』에서 무한을 수로 다루는 오류를 범했다고 고백하고 있다.[43] 『논고』에는 잠재 무한과 실제 무한이 공존하고 있는 것이다.

중기 비트겐슈타인의 수학철학과 관련하여 가장 심각한 것은 『논고』에서는 수학적 활동에 대해서 대단히 빈약하게 서술되어 있다는 점이다. “계산은 실험이 아니다.”(6.2331)나 “수학적 방법에 본질적인 것은, 등식들을 가지고 작업한다는 것이다.”(6.2341)와 같은 언급, 그리고 “직관”(6.233)과 수학의 적용(6.211)에 관한 언급은 있지만, 가령 수학을 한다는 것이 무엇이며(수학자는 발명을 하는지 아니면 발견을 하는지), 증명과 개념 형성의 의의가 무엇인지 하는 근본적인 철학적 물음들은 제기되지 않는다. 특히 수가 명제 형식과 본질적인 관련이 있다면, 어떻게 수가 명제가 아닌 사물 등에 적용될 수 있는지에 대한 해명은 없다. 더 나아가 『논고』에 따르면

---

42) Ramsey (1931), p. 17.

43) Wittgenstein (1980), p. 119.

$p \vee \sim p$가 동어반복이라는 것은 세계의 논리, 또는 세계의 형식적(논리적) 속성들을 보여 준다. 그러나 이러한 생각은 π의 소수점 전개에서 777이 나오는지 여부를 알 수 없기 때문에 배중률은 성립하지 않는다는 브라우어의 주장에 대해서는 어떤 대처도 하지 못할 것이다.

마지막으로 나는 『논고』에서 수학철학과 논리철학을 서술하는 부분은 『논고』라는 텍스트에서 가장 불완전하고 엄밀하지 않다고 생각한다. 6.02의 수의 정의와 6.241의 $2 \times 2 = 4$의 증명에서 그는 산수의 언어와 연산 이론의 언어를 명시적으로 구분하지 않는다. 6.241에서는 두 번째 등식과 일곱 번째 등식에서 오자가 등장한다.[44] “집합론은 수학에서 전혀 쓸데없는 것이다”(6.031)는 문자 그대로는 엄밀한 표현이 아니며 충분히 오해를 불러일으킬 수 있다. “논리적 명제들은 세계의 골격을 기술한다.”(6.124)와 같은 표현이 과연 정확한지도 의문이다.[45] 또한 가령 “a”라는 반점에 대해서 “a는 빨갛고 a는 파랗다”는 『논고』 6.3751(“시야 속의 한 점이 동시에 상이한 두 색깔을 가진다는 진술은 모순이다.”)에 따르면 모순인데, 비트겐슈타인 자신이 스스로 지적하듯이, 그것은 정상적인 진리표로 다룰 수 없는 “모순”이며, 진리함수적인 모순이 아니다. 그렇기 때문에 “모순”과 “동어반복”은 6.3751에 이르러 애매한 표현이 되어버리며, 이는 『논고』 전체에 영향을 끼친다.[46]

---

44) 참고: 박정일 (2019).

45) 6.124의 다음 언급을 주목하자: “상징들의 어떤 결합들—본질적으로 특정한 성격을 가지는 결합들—은 동어반복들이라는 점이 세계에 관해 무엇인가를 지적하고 있음이 틀림없다는 것은 분명하다.” 이 언급과 부합하는 더 정확한 표현은 “논리적 명제들이 동어반복이라는 것은 세계의 골격을 기술한다.”일 것이다.

46) 6.3751의 다음의 언급을 살펴보자. “이러한 모순이 물리학에서는 어떻게 묘사되는지 생각해 보자. 그것은 대략 다음과 같이 된다: 하나의 미립자가 동시에 두 속도를 가질 수는 없다.” 그러나 거기에서 묘사된 것이 과연 “모순”인가? 엄밀하게 말하면, 여기에서 묘사된 것(“하나의 미립자가 동시에 두 속도를 가질 수는

결론적으로, 우리는 『논고』의 저자가 6번 대에서 집필을 끝내기 위해서 서두르고 있다는 인상을 받는다. 중기 비트겐슈타인이 그러하듯이, 우리가 『논고』에서 수학철학과 논리철학을 서술하는 부분을 냉정한 시선으로 바라보아야 하는 까닭이 바로 여기에 있다.

없다.")은 "모순"이 아니며 오히려 (『논고』에 따르면) "동어반복"이다.

참고문헌

박정일 (2012), 「비트겐슈타인의 논리주의 비판」, 『철학사상』, 제43호, pp. 257-285.

박정일 (2018), 「전기 비트겐슈타인과 유형 이론」, 『논리연구』, 21권 1호, pp. 1-37.

박정일 (2019), 「『논리-철학 논고』의 연산 이론에 관하여」, 『논리연구』, 22권 3호, pp. 417-446.

이영철 (2016), 『비트겐슈타인의 철학』, 책세상.

비트겐슈타인 (2006), 이영철 옮김, 『논리-철학 논고』, 책세상.

프레게(2003), 박준용, 최원배 옮김, 『산수의 기초』, 아카넷.

Ambrose, A. (1972), “Mathematical Generality”, in (ed.) Alice Ambrose & Morris Lazerowitz, *Ludwig Wittgenstein, Philosophy and Language*, London: George Allen and Unwin LTD.

Black, M. (1964), *A Companion to Wittgenstein's ‘Tractatus’*, Cornell University Press, Ithaca, New York.

Engelmann, M. L. (2013), *Wittgenstein’s Philosophical Development*, Palgrave Macmillan.

Frascolla, P. (1994), *Wittgenstein’s Philosophy of Mathematics*, Routledge, New York.

Frege, G. (1997), *The Frege Reader*, edited by Michael Beaney, Blackwell Publishing.

Ostrow, M. B. (2002), *Wittgenstein’s Tractatus, A Dialectical Interpretation*, Cambridge University Press.

Ramsey, F. P. (1931), *The Foundations of Mathematics and other Logical Essays*, Routledge & Kegan Paul LTd., London.

Russell, B. (2007), *Introduction to Mathematical Philosophy*, Cosimoclassics, New York.

Wittgenstein, L. (1922), *Tactatus Logico-Philosophicus*, Translated by C. K. Ogden, Routledge & Kegan Paul LTD, London, Boson and Henley.

Wittgenstein, L. (1975), *Philosophical Remarks*, ed. R. Rhees, trans., R. Hargreaves and R. White, Basil Blackwell.

Wittgenstein, L. (1979a), *Wittgenstein and the Vienna Circle*, Translated by J. Schulte and B. McGuinness, Basil Blackwell.

Wittgenstein, L. (1979b), *Wittgenstein's Lectures, Cambridge, 1932-1935,* Edited by Alice Ambrose, Great Books in Philosophy, Prometheus Books.

Wittgenstein, L. (1980), *Wittgenstein's Lectures, Cambridge, 1930-1932,* Edited by Desmond Lee, The University of Chicago Press.

Wittgenstein, L. (2003), *The Voices of Wittgenstein*, translated by G. Baker, et al. Routledge, London and New York.

숙명여자대학교 기초교양대학, 교양교육연구소
Sookmyung Women’s University, College of General Education
willsam@sookmyung.ac.kr

The Early Wittgenstein's Philosophy of Mathematics

Jeong-il Park

In the early Wittgenstein's *Tractatus*, both philosophy of logic and that of mathematics belong to the most crucial subjects of it. What is the philosophical view of the early Wittgenstein in the *Tractatus*? Did he, for example, accept Frege and Russell's logicism or reject it? How did he stipulate the relation between logic and mathematics? How should we, for example, interpretate "Mathematics is a method of logic."(6.234) and "The Logic of the world which the proposition of logic show in the tautologies, mathematics shows in equations."(6.22)? Furthermore, How did he grasp the relation between mathematical equations and tautologies? In this paper, I will endeavor to answer these questions.

Key Words: Wittgenstein, Tractatus, Logic, Mathematics, Tautology, Equation